

ELISANE RODOVANSKI

**MODELOS ESTATÍSTICOS PARA PREVISÃO DE CRESCIMENTO DE
PLANTAÇÕES FLORESTAIS**

**Dissertação apresentada como
requisito parcial à obtenção do grau de
Mestre em Ciências, Curso de Pós-
Graduação em Métodos Numéricos em
Engenharia, Setor de Ciências Exatas,
Universidade Federal do Paraná.**

Orientador: Prof. Dr. Celso Carnieri

**CURITIBA
2003**

ELISANE RODOVANSKI

MODELOS ESTATÍSTICOS PARA PREVISÃO DE CRESCIMENTO DE
PLANTAÇÕES FLORESTAIS

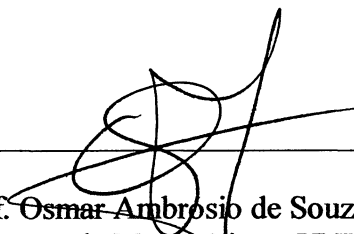
Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Ciências, Setor de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientador:

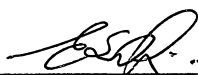


Prof. Celso Carnieri, D. Eng.
Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos para
Engenharia – UFPR

Co-Orientador:



Prof. Osmar Ambrosio de Souza, Dr.
Departamento de Matemática – UNICENTRO



Prof. Edilson Batista de Oliveira, Dr.
CNPQ/EMBRAPA



Prof. Jair Mendes Marques, Dr.
Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos para
Engenharia – UFPR

Curitiba, 03 de julho de 2003

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus pela graça da vida e disposição para realizar meus estudos.

Agradeço a meu Orientador Prof. Dr. Celso Carnieri, pela dedicação na orientação de meus trabalhos.

De maneira especial agradeço ao prof. Dr. Osmar Ambrósio de Souza, pela atenção, sugestões e esclarecimentos.

Às minhas colegas de curso e amigas, Eliana, Eliane, Karina, Luciene e Margarete que nas horas difíceis me encorajaram e incentivaram sempre.

Aos meus familiares, pelo constante apoio.

À UNICENTRO e ao DEMAT pela dispensa parcial para cursar o Mestrado.

À Indústria Klabin S. A. na pessoa do Engenheiro Florestal Luiz Gastão Barnett que cedeu os dados para a pesquisa.

Arquimedes será lembrado enquanto Ésquilo foi esquecido, porque os idiomas morrem mas as idéias matemáticas permanecem. “Imortalidade” pode ser uma idéia tola, mas provavelmente um matemático tem a melhor chance que pode existir de obtê-la.

G. H. HARDY

RESUMO

A eficiência de um sistema de planejamento florestal baseia-se em sua confiabilidade para prever a produção florestal, obtido a partir das estimativas de altura e diâmetro das árvores, dentro de um horizonte de planejamento. Neste estudo, são apresentados modelos para o ajuste de curvas de crescimento do diâmetro e altura de árvores tendo como base uma série histórica desses valores obtidos ao longo de t anos. Aplicou-se o processo de estimação de máxima verossimilhança em conjunto com o Método de Otimização de Newton com iterações sucessivas, optando-se por ajustar as funções Gumbel e Tangente-hiperbólica, uma vez que apresentam comportamento similares aos de crescimento de árvores. De posse da série histórica de dados é possível projetar o crescimento e planejar o sistema de controle florestal. Apresenta também um ajuste para a função Polinomial pelo método dos mínimos quadrados, que é o método usualmente utilizado. A avaliação da função com melhor aderência aos dados foi realizada através da aplicação dos testes qui-quadrado e Kolmogorov-Smirnov. As análises foram apoiadas por um programa computacional especialmente desenvolvido para este trabalho. Os resultados obtidos com os dados analisados apontam para a função Gumbel, entre as que foram estudadas, como a função que melhor retrata o crescimento florestal.

ABSTRACT

The success in planning forest management depends on the reliability in yield forecast, computed from the estimates of trees height and diameter, within a certain planning horizon. In this study, models to adjust trees height and diameter growth curves are presented. The method of maximum likelihood was applied in conjunction with Newton's method for optimization, with successive iterations, to a data set observed in t years. Gumbel and Hyperbolic-Tangent functions were used since their behavior are similar to trees growth behavior. From a historical data series It was possible to predict trees height in many steps of the planning horizon. A polynomial adjustment using least squares method, one of the most usual method in this kind of study, are also presented to compare with the proposed models. The Chi-Square and Kolmogorov-Smirnov tests were used to determine the best-fit function, which adhered to data. A special software package was developed to support model analysis. It's shown that the best fit model was those based on the Gumbel function.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
INTRODUÇÃO.....	1
PROBLEMA	4
OBJETIVOS	5
RELEVÂNCIA OU JUSTIFICATIVA.....	6
CAPÍTULO 2	7
REVISÃO DE LITERATURA	7
CAPÍTULO 3	15
MATERIAIS E MÉTODOS.....	15
3.1.MODELO MATEMÁTICO DE OTIMIZAÇÃO	15
3.2. PROCESSOS DE OTIMIZAÇÃO	16
3.3. ESTIMAÇÃO DO MODELO	24
3.4. FUNÇÕES AJUSTADAS	29
3.5. PASSOS PARA APLICAR O MÉTODO DE NEWTON COM A FUNÇÃO GUMBEL COMO FUNÇÃO DE AJUSTE NO PROCESSO DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA.	32
3.6. PASSOS PARA APLICAR O MÉTODO DE NEWTON COM A FUNÇÃO TANGENTE-HIPERBÓLICA COMO FUNÇÃO DE AJUSTE NO PROCESSO DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA.	36
3.7. FUNÇÃO POLINOMIAL.....	38
3.8. MÉTODO PARA UTILIZAÇÃO DO SOTWARE SISTEMA H_ÁRVORE.....	39
CAPÍTULO 4	47
RESULTADOS E DISCUSSÃO:	47
4.1. TESTES DE ADERÊNCIA	41
4.2. RESULTADOS PARA AS FUNÇÕES AJUSTADAS	47
4.3. RESULTADOS DO TESTE DE KOLMOGOROV – SMIRNOV.....	49
4.4. RESULTADOS DO TESTE QUI-QUADRADO	53
4.5. RESULTADOS DOS AJUSTES COM OS DADOS REAIS	57
4.6. RESULTADOS DA FUNÇÃO POLINOMIAL PARA OS DADOS REAIS.....	60
4.7. RESULTADOS DO AJUSTE COM A ALTURA MÁXIMA (H) FIXADA PELO USUÁRIO.....	61

CAPÍTULO 5	67
COMENTÁRIOS FINAIS E CONCLUSÃO	67
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	69
APÊNDICES:	74
ANEXOS	1

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos houve uma evolução na Ciência Florestal no Brasil, o que fez com se revisasse conceitos que se referem ao que fazer com os recursos florestais. As florestas plantadas já têm seu uso pré-estabelecido, enquanto que as nativas ainda há muito que se conhecer, principalmente sobre as espécies que as compõem, como crescem, em comunidade ou isoladas, se podem ser aproveitados seguindo algum regime de manejo para serem aproveitadas como matéria prima ou devem ser preservadas, etc, (SCOLFORO, 1993). Isto torna clara a preocupação com o Inventário Florestal, ou seja, o conhecimento do que existe na área em questão ou nas populações é de extrema importância, tornando-se a base de informações para o Planejamento Florestal.

Eficientes Administradores de recursos florestais dependem da determinação das taxas de volume exatas para talhões florestais e árvores, pois a gestão florestal é toda centrada no Planejamento Florestal, e o objetivo do administrador é prover o máximo de madeira qualitativa e quantitativamente, à medida que maximizará a satisfação do proprietário da floresta considerando as restrições impostas por outros recursos (NEWBERRY, 1984). Desta forma métodos eficientes que estimem o crescimento e a produção florestal são os pilares principais para o gerenciamento eficiente de uma empresa florestal.

A finalidade da modelagem do cenário florestal é avaliar as múltiplas opções de gerenciamento e responder a questões relacionadas ao caminho que se deve tomar para uma determinada floresta, tornando o planejamento florestal a estratégia para reduzir incertezas em resultados da gerência, antecipando o futuro de forma sistemática, assim reduzindo a probabilidade de eventos inesperados. Pode também melhorar a chance de que o planejamento futuro concordará com os objetivos impostos tendo em vista que as empresas florestais estão, cada vez mais, demonstrando preocupação em planejar a produção, principalmente porque a

matéria-prima está se tornando escassa e os custos da terra e da mão-de-obra são altos, (EMERENCIANO, 1981).

As empresas que produzem matéria-prima florestal devem conciliar a sua produção com a demanda de mercado dos diferentes tipos de produtos, como madeira para serraria, laminação, celulose ou energia. Então estas empresas necessitam de um Planejamento Florestal, a curto, médio e longo prazos, para poderem adequar o seu recurso florestal com as exigências do mercado e de matéria-prima, visando o máximo retorno financeiro, tornando assim necessário o conhecimento da produção futura anteriormente à realização dos cortes.

Considerando que geralmente o horizonte de planejamento é de 20 a 30 anos, algumas empresas utilizam o Planejamento Florestal como instrumento para que o gerente florestal tome suas decisões (CARNIERI, 1991).

Foram desenvolvidos alguns trabalhos na área de Engenharia Florestal no sentido de prever o crescimento e a produção florestal e também houve o desenvolvimento de programas de computador que englobam as várias variáveis, qualidade de sítio, espécie, densidade em termos de área basal, número de árvores por unidade de superfície, etc., concernentes ao problema. OLIVEIRA (1995), desenvolveu um sistema computadorizado que integra os métodos de engenharia econômica a um simulador de crescimento e produção de povoamentos de *Pinus taeda* L., e também avaliou sua aplicação nas atividades de manejo e planejamento da produção das florestas na Região Sul do Brasil.

SCOLFORO (1990), também desenvolveu um sistema de predição de crescimento e produção de estimativas para o povoamento, tanto em níveis gerais como discriminados por classes diamétricas, de modo a se ter compatibilidade entre ambas ao nível de área basal, foi possível realizar simulações de desbastes envolvendo a quantificação dos multiprodutos proporcionados pela árvore, devido a expressões que representam o padrão de remoção em área basal e do número de árvores, e funções de razão de volumes.

O crescimento e a produção florestal são obtidos com técnicas de modelagem através de Processos Estatísticos de previsão. Nos sistemas que compõe um Planejamento Florestal os dados de entrada são provenientes dessas estimativas de crescimento e produção e, a eficiência destes sistemas depende da confiabilidade das estimativas de crescimento e produção da floresta.

Alguns sistemas de inventário florestal e prognose de crescimento e produção existentes no mercado possuem módulos de sortimento que informam a quantidade de cada tipo de produto que o talhão possui. Dentre estes sistemas podem ser citados o sistema de inventário MARVL (*Method for Assessment of recoverable volume by Log Types*), (DEADMAN e GOULDING, 1978) e o SISPINUS (OLIVEIRA, 1995), desenvolvido pela EMBRAPA-CNPQ para plantio de *Pinus* no sul do Brasil.

Um sistema de previsão de crescimento e produção só é praticável em termos de Planejamento Florestal se ele for, do ponto de vista do gerente florestal, de fácil utilização, ou seja, para cálculos em regiões diferentes a entrada de dados seja somente os dados oriundos da biometria florestal, sem a preocupação de se ter que calcular algumas funções e essas serem repassadas a outro módulo. Um sistema de computador que desenvolva as estimativas dos parâmetros das funções a serem ajustadas de forma iterativa é mais interessante, pois a entrada de dados são os valores de altura e diâmetro oriundas de parcelas permanentes e como resultado do sistema teremos os parâmetros das funções que obtiverem melhor ajuste, escolhida através de testes de aderência.

Para cada um dos talhões em estudo, os dados oriundos das tabelas de distribuição dendométrica também podem ser utilizados para se obter as estimativas dos parâmetros das funções, de cada região em que se for trabalhar. Para o caso de se ter à distribuição dendométrica das alturas e dos volumes da região em estudo pode-se trabalhar com a média de cada uma das classes

considerando a ponderação de cada uma delas com o número de árvores existentes em cada classe.

PROBLEMA

A prognose da produção necessita de um estudo para estabelecer um modelo que retrate o crescimento e a produção, entendendo que modelo de crescimento e produção é um conjunto de funções que descreve o desenvolvimento de um povoamento florestal. Então procura-se estudar os modelos que descrevam a produção total em relação à altura dominante, pois nos povoamentos artificiais é o elemento que sofre menor influência pelos tratamentos silviculturais e geralmente, existe uma forte correlação entre a altura dominante e a produção total em volume. Desta forma, pode-se transformar uma estimativa de altura dominante em uma estimativa de produção total.(HAFLEY, 1982).

As estimativas de crescimento e produção envolvem métodos estatísticos de previsão, e, considerando as várias técnicas estatísticas que existem para se fazer estas previsões, qual técnica estatística se adaptaria melhor para o caso da produção florestal?

Tendo em vista que são muitas as variáveis relevantes, inclusive algumas não tão fáceis de serem medidas, principalmente aquelas influenciadas pelos aspectos biológicos das plantas, como a qualidade das sementes, adubação do solo, etc, e também as variáveis que se referem ao clima, como temperatura, quantidade de chuvas na região, etc, então um sistema de predição que envolva muitas variáveis nem sempre será eficiente. Um sistema de previsão que envolva variáveis quantitativas, altura e diâmetro das árvores ao longo dos anos, terá mais facilidade na sua utilização.

A determinação da altura e diâmetro máximos que a árvore atinge, em qualquer época do horizonte de planejamento e na época em que deve ser realizado

o corte raso é parte fundamental, pois todo o planejamento florestal depende destas estimativas.

Como todo o horizonte de planejamento necessita das estimativas de produção então necessita-se a determinação de funções que melhor se ajustem aos dados, ou seja que os valores estimados se pareçam o máximo possível com os dados observados, utilizando as observações dos primeiros anos de crescimento, altura e diâmetro, e a partir dessas observações estimar altura e diâmetro em qualquer idade da árvore.

Os programas já desenvolvidos requerem sempre a determinação prévia de funções de sítio e a densidade do povoamento para cada região, estas são feitas através de estimativas, com a determinação de funções de sítio, funções de mortalidade e funções de área basal, pois essas funções são fornecidas como entrada dos sistemas de previsão, para então determinar as funções de crescimento e produção, tendo dessa forma sempre a necessidade da determinação de várias funções para cada região em separado, dificultando o trabalho dos Administradores Florestais

OBJETIVOS

O presente trabalho pretende alcançar os seguintes objetivos:

(1) Desenvolver um método eficiente para estimar o crescimento e produção florestal, a partir de dados de mensuração da floresta em idades jovens.

(2) Elaborar um programa de computador que realize as estimativas de crescimento e produção máximos e do crescimento e produção nos vários períodos do horizonte de planejamento de forma iterativa

(3) Realizar uma aplicação com dados reais e testar a eficiência do sistema utilizando ferramental estatístico.

RELEVÂNCIA OU JUSTIFICATIVA

O Planejamento Florestal tem se desenvolvido devido a necessidade de reflorestar áreas que continham vegetação nativa e foram devastadas. A não existência do reflorestamento geraria escassez total de matéria-prima ao longo dos anos. Como as empresas de reflorestamento, na maioria das vezes são também consumidoras da matéria-prima, elas já possuem uma previsão de demanda ao longo do horizonte de planejamento.

Contudo o Planejamento Florestal leva em conta a altura e o diâmetro das árvores a cada ano e projeta a produção através de previsões estatísticas. Algumas técnicas já vêm sendo utilizadas, mas há necessidade de se estudar outras, para que as prognoses tenham menos probabilidade de erro, sempre levando em consideração a evolução das distribuições diamétricas.

CAPÍTULO 2

REVISÃO DE LITERATURA

No Planejamento Florestal, os modelos, que representam a realidade de forma abstrata (DYKSTRA, 1984), são de grande importância para auxiliar a tomada de decisões com conseqüências estimáveis, desde que bem construídos, com valores de entrada confiáveis, e bem aplicados, tornando um instrumento importante para o administrador florestal.

Planejar a produção de uma floresta significa escolher os objetivos pretendidos em termos de retorno financeiro e prever em termos de longo prazo a produção total, incluindo todos os cortes a serem realizados no povoamento, que são: desbastes, cortes seletivos, cortes para regeneração, corte final, etc. Trata-se do ordenamento de uma floresta tanto em otimização da produção madeireira, da produção financeira, quanto da produção de benefícios indiretos (sociais e ecológicos) a um custo mínimo, sejam eles custos de produção, custos sociais ou custos ecológicos. (HOSOKAWA, 1981).

HOSOKAWA & MENDES (1984) destacaram que o planejamento florestal pode, basicamente, ser realizado nos seguintes níveis: Planejamento da Produção Florestal, Planejamento da Empresa Florestal, Planejamento Florestal Regional, Planejamento Florestal Integrado e Planejamento do Setor Florestal. Os dois primeiros níveis pertencem estritamente ao âmbito florestal e neles são analisados os níveis de produção contínuos de matéria prima, os aspectos de classificação de produtividade, de previsão, controle e sustentabilidade da produção. A empresa como um todo realiza a definição dos critérios de investimentos, o planejamento do uso de fatores da produção e de finanças, o planejamento de informações e fluxo de dados, o prognóstico da potencialidade de crescimento econômico e a previsão do retorno de investimentos. Nos demais níveis, o planejamento florestal se aprofunda, envolvendo aspectos político-econômicos a nível regional, nacional e internacional. Estes níveis são interligados e têm por base

a necessidade do conhecimento técnico e econômico de todos os segmentos que cada um abrange.

SPURR (1952) fez um levantamento histórico de como foi o desenvolvimento e a evolução dos estudos de crescimento e produção destacando que já no século XVIII se trabalhava com tabelas de produção de volume médio dos povoamentos em várias idades e em vários índices de sítio.

Significativos avanços ocorreram na segunda metade do século XX, nas metodologias estatísticas para a elaboração das tabelas de produção, como o desenvolvimento de regressão múltipla, que envolvem, simultaneamente variáveis independentes de densidade do povoamento, idade e índice de sítio. (SULLIVAN, 1969).

O início da utilização de dados biológicos foi um passo importante nos estudos da modelagem de crescimento e produção, como no modelo de Chapman-Richards introduzido na ciência florestal por TURNBULL (1963), o qual é baseado em teorias biológicas de crescimento de seres vivos e, geralmente, são funções que descrevem sigmóides delimitadas por assíntotas horizontais.

Os sistemas de computação surgiram com a evolução da ciência da computação tornando os modelos matemáticos menos limitados na prática, tornando os sistemas de prognose de crescimento e produção integrados com muitos outros componentes do Planejamento Florestal, tornando as técnicas de estimação mais eficientes envolvendo funções de densidade de probabilidade e funções de mortalidade.

Trabalhos mais recentes englobam esses sistemas de computação de forma que é possível o envolvimento de variáveis para a predição de crescimento e produção, manejo florestal a ser seguido, bem como a demanda dos multiprodutos, transporte e o retorno financeiro. Como em CARNIERI et al (1991) que desenvolveram um programa para auxiliar a tomada de decisões envolvidas no

Planejamento Florestal, os diferentes aspectos do sistema, como os dados necessários para a predição de crescimento e produção, apresenta também um modelo matemático sendo que a sua solução é também dada por um programa computacional desenvolvido para este fim. Este trabalho traz como instrumento para prever a produção e crescimento, um programa de computadores desenvolvido pelo Dr. W. L. Hafley (Professor da Universidade da Carolina do Norte, EUA) em convênio com a EMBRAPA. O programa se intitula SISPINUS, o qual faz previsões para duas espécies de Pinus.

O modelo baseia-se na Distribuição bivariada de Johnson, e foi preparado para duas espécies de pinus, *taeda* e *elliottii*, produzidos no Sul dos EUA e adequado às condições brasileiras com a inclusão dos dados de parcelas permanentes oriundas de empresas nacionais. Neste sistema, quando se quer especificar mais para a floresta em estudo, entra-se com equações de sítio por espécies e funções de volume e de forma. Apesar de pequenas incoerências, em situações extremas, o desempenho do SISPINUS tem sido bom para algumas regiões do Brasil.

O SISPINUS fornece um banco de dados de produções, e somente é acionado no início do processo das análises. Com esses dados é possível executar o sistema de otimização simulando vários cenários. Só será necessário rodar o SISPINUS novamente quando algum fato que altere o cálculo da produção for modificado, por exemplo, quando se estuda outros sistemas de desbastes.

A área florestal por ser muito complexa, principalmente pelo seu conceito de longo prazo, e com o objetivo de suprir demandas de mercados, portanto é necessário que grande atenção seja dada ao planejamento do uso dos recursos florestais. Todo o planejamento deve ter como base informações confiáveis e consistentes.

Nos anos 90 houve uma grande preocupação com o Planejamento Florestal, e muita atenção deve ser dada às informações e seu tratamento, e só

assim este setor será realmente desenvolvido. Deve-se direcionar seu aperfeiçoamento para poder embasar com segurança as decisões do uso dos recursos florestais.

Segundo OLIVEIRA et al. (1998), no planejamento da produção de uma empresa florestal, é fundamental o conhecimento do crescimento e da produção futura da floresta, que pode ser obtida utilizando técnicas de modelagem para crescimento e produção.

Para que um sistema de simulação de crescimento e produção e de separação das estimativas de volume total da madeira para os multiprodutos florestais seja eficiente ele deve estar baseado em funções de probabilidade que permitem descrever as distribuições de diâmetro e altura das árvores do povoamento, em condições de sítio, idade e número de árvores por hectare. Várias são as funções de densidade de probabilidade que podem ser utilizadas, como a distribuição S_b de Johnson e a função S_{bb} (S_b bivariada). Sendo que o critério de decisão de desbastes seletivos não é apenas em função de diâmetros, mas leva-se em conta também a altura das árvores.

O SISPINUS é um sistema computadorizado para prognose do crescimento e da produção de florestas de pinus *taeda* e *elliottii*, onde se podem simular os desbastes, crescimento e produção anual do povoamento por classe diamétrica, para os multiprodutos oriundos dos desbastes e do corte raso. Este sistema auxilia nas análises econômico-financeiras de regimes de manejo e contempla todos os segmentos de custos operacionais referentes à atividade de implantação, manutenção e exploração da floresta. Possibilita também a separação das estimativas de volume total de madeira em volumes parciais, calculados especificadamente para segmentos de tronco com dimensões adequadas a cada finalidade industrial.

Deste estudo concluiu-se que para as equações obtidas, os estudos de modelagem do crescimento e da produção florestal e a análise econômico-

financeira, a distribuição S_{BB} apresentou bastante flexibilidade e eficiência para a descrição das características dos povoamentos nas diferentes idades e para obtenção de estimativas da distribuição conjunta de diâmetros e alturas das árvores de povoamentos de *Pinus taeda*, e que a utilização de equações de afilamento para o cálculo do volume total e do volume de madeira para multiprodutos e sua incorporação ao SISPINUS tornaram possível a avaliação da produção madeireira, de forma adequada às condições do mercado consumidor ou de demanda da empresa, permitindo que o administrador florestal informe as dimensões de tora desejadas para cada classe de madeira a ser utilizada.

Segundo ARCE et al. (2000), o crescimento dos povoamentos puro coetâneos se vê afetado: pelo estado de desenvolvimento da comunidade, a qualidade de sítio, a espécie, a densidade em termos de área basal e do número de árvores por unidade de superfície, os tratamentos silviculturais e as unidades nas quais é expresso o crescimento. A densidade do povoamento é o segundo fator em importância, depois da qualidade do sítio, para a determinação da produtividade de um sítio florestal (DANIEL et al, 1982), para uma determinada qualidade do material genético utilizado a densidade do povoamento é o principal fator de produção que o silvicultor pode manejar durante o desenvolvimento da floresta. A estimação do crescimento é uma etapa essencial no ordenamento florestal. Qualquer planejamento implica na necessidade da predição do crescimento (SPURR, 1952).

Segundo SANQUETA (1996), três modelos não espaciais expressam o desenvolvimento do povoamento através da descrição da evolução das distribuições diamétricas ou de outra variável em classes, e são conhecidos como funções probabilísticas de transição e processos de difusão. Os processos de difusão expressam a dinâmica das classes tais como crescimento, mortalidade e recrutamento, simultaneamente em função do tempo e das próprias dimensões das classes diamétricas, integrando esses componentes em equações diferenciais. O modelo estocástico assim definido, chamado de equação de difusão ou processo de difusão é descrito pela equação *forward* de Kolmogorov ou equação de Fokker-Planck.

Neste estudo concluiu-se que a construção das equações de difusão apesar de exigir estimativas estatísticas prévias para se obter as variáveis de crescimento relativo, variância do crescimento relativo e mortalidade em função das variáveis de estado como a idade, o diâmetro, algum índice de competição, dentre outras, não apresentou maiores dificuldades em ser implementada para povoamentos jovens, coetâneos e homogêneos de *Pinus taeda*. A simulação com processos de difusão gerou distribuições diamétricas harmônicas e coerentes. Porém é recomendado que os estudos comecem a ser realizados com dados provenientes de amostras de povoamentos não experimentais, para serem contrastados os resultados com aqueles obtidos a partir dos ensaios. É requisito fundamental de qualquer modelo de simulação florestal a retroalimentação com dados provenientes de povoamentos comerciais.

SHARNA et al. desenvolveram um sistema de equações para determinação do volume de árvores e de talhões, usando técnicas de análise dimensional. As equações são analiticamente compatíveis e numericamente consistentes. Dois parâmetros definem o sistema todo, os quais podem ser estimados ajustando as equações de volume e afilamento, ou ajustar as equações à nível de talhão. Utilizaram dados para um estudo de afilamento em *pinus lobloly* (*Pinus taeda*) estabelecido em região de sítio desbastado que foi usado para testar a utilidade do sistema. As equações são gerais e podem ser aplicadas em outras espécies de árvores em outras localidades. Foram utilizados Métodos de Regressão para selecionar modelos para crescimento e produção baseado em diagnóstico e critério de seleção do modelo, e para estimar os coeficientes das equações para os dados especificados, foram usadas propriedades matemáticas, e consistência algébrica na especificação do modelo.

Várias funções de probabilidade têm sido utilizadas para a descrição da distribuição de diâmetros em povoamentos florestais, com diferentes níveis de sucesso. Alguns exemplos são: Log-normal (BLISS & REINKER, 1964). Gamma

(NELSON, 1964), Beta (CLUTTER & BENNETT, 1965), Weibull (BAILEY & DELL, 1974), SB de Johnson (HAFLEY & SCHREUDER, 1977).

MACHADO et al (1990) também estudaram a aplicação destas distribuições para plantações com três desbastes de *Pinus taeda* no Estado do Paraná, incorporando as variáveis sítio e idade, e concluiu que em relação ao sítio a função Beta foi a que melhor se ajustou no primeiro desbaste e a Log-Normal para o segundo e terceiro desbastes. Em relação a variável idade, a distribuição S_b foi a que mais se ajustou no primeiro desbaste e a Log-Normal ao segundo e terceiro desbastes.

EMERENCIANO (1981) estudou o crescimento em altura de *Pinus elliottii*, baseando-se na importância do conhecimento deste desenvolvimento quando da utilização de um modelo de crescimento para prognose da produção de povoamentos florestais. Simulou prognoses de altura, ajustando funções de crescimento a diferentes períodos de dados, e estimou os valores da altura até os 30 anos. Também avaliou os resultados das simulações de prognose através de comparação com dados reais, obtidos por análise de tronco. Estudou o método empírico de Backman, e concluiu-se que este método é o mais confiável para prognose uma vez que o ponto de culminação do incremento anual é referenciado com a altura teórica final, definindo assim, a tendência de crescimento, não incorrendo em erros como os que ocorrem na utilização de funções de crescimento ao assumirem a tendência dos dados segundo a função matemática ajustada.

FERNANDES (1985) analisou o crescimento em altura, diâmetro e volume de madeira de parcelas de *Carapa guianensis* Aubl e determinou ainda as idades de máxima produtividade dos povoamentos através de prognoses. Fez a prognose para altura dominantes e codominantes pelo método de Backman até 35 anos e determinou equações volumétricas para cada espécie e com estas equações obteve a evolução do volume de madeira em cada parcela. Determinou equações de produção total de madeira por hectare em função das alturas dominantes e codominantes e estimou a produção pelas alturas prognosticadas até 35 anos.

Obteve ainda para cada espécie e sítio equações das curvas de crescimento acumulativo da produção, as quais foram transformadas em equações das curvas de incrementos médios, que por derivadas determinaram as idades de máxima produtividade para cada sítio.

CAPÍTULO 3

MATERIAIS E MÉTODOS

3.1.MODELO MATEMÁTICO DE OTIMIZAÇÃO

Um modelo é uma representação simplificada de uma situação da vida real. Um modelo reflete a essência do problema, representando as relações de interdependência existentes entre todas as componentes da situação em estudo.

Um modelo matemático é formalizado com símbolos e expressões matemáticas. Dado um problema real tenta-se obter um modelo matemático que o represente da melhor maneira possível. Este modelo em geral, contém simplificações da realidade. Após a elaboração do modelo faz-se simulações com dados reais para verificar se a metodologia utilizada na sua determinação adapta-se aos dados reais. A eficiência do modelo é medida através de análise empírica, sendo que para o ajuste de funções pode-se usar os Testes de Aderência.

O modelo matemático utilizado neste trabalho para a determinação da função é o método da máxima verossimilhança, que é a minimização da soma quadrática dos erros, ou seja, a diferença quadrática entre os valores observados e os valores ajustados pela função. Será utilizado a função Gumbel dada por $f(x) = he^{-e^{-a(x-b)}}$ com os parâmetros $\beta = [a \ b \ h]$ a serem estimados e a função Tangente-hiperbólica dada por $f(x) = h \tanh(ax)$, com o parâmetro $\beta = [a \ h]$ a serem estimados, sendo h a altura máxima atingida pela árvore ao longo do horizonte de planeamento.

Os parâmetros das funções serão estimados pelo seguinte modelo matemático:

$$MinZ = \sum_i \sum_r (M_{ir} - f(x)_r)^2 \quad (3.1)$$

onde M_{tr} são os r valores observados em t etapas e $f(x)_r$ é uma função de ajuste. Como funções de ajuste serão usadas as funções Gumbel e Tangente-hiperbólica.

A distribuição dos diâmetros é o mais poderoso fator para retratar as propriedades das árvores de um povoamento. O diâmetro é geralmente bem correlacionado com variáveis importantes do povoamento, tais como: volume, área basal, sortimentos, etc (BAILEY & DELL, 1974).

Tendo em vista que o objetivo do trabalho é a determinação da altura e do diâmetro máximos em cada uma das etapas do horizonte de planejamento, e as funções ajustadas são não-lineares, o processo de otimização se dará através do Método de Newton de otimização, que é um Método Iterativo de buscas direcionais. Os métodos clássicos de otimização de funções não-lineares são Método do Gradiente, Método de Newton e Método de Quase Newton. E os métodos de estimação mais utilizados são o Método dos Mínimos Quadrados e o Método da Máxima Verossimilhança. Todos estes processos estão descritos teoricamente abaixo para em seguida serem direcionados para os dados utilizados no trabalho.

3.2. PROCESSOS DE OTIMIZAÇÃO

3.2.1 MODELO DE ALGORITMO COM BUSCAS DIRECIONAIS

DIREÇÃO DE DESCIDA

Dado $x \in \mathcal{H}^n$, $f(x)$ contínua e derivável, se $\nabla f(x) \neq 0$, pela condição de primeira ordem, x não é um minimizador local de f em \mathcal{H}^n . Portanto, em toda vizinhança de x existe $z \in \mathcal{H}^n$ tal que $f(z) < f(x)$, e nos interessa caracterizar as direções a partir de x em que esta proposição seja verdadeira (BAZARAA & SHETTY, 1979).

3.2.2. MODELO DE ALGORITMO

Se x^* é uma solução de:

Minimizar $f(x)$, $x \in \mathcal{H}^n$ e x^k é uma estimativa de x^* , tal que $\nabla f(x^k) \neq 0$, os passos para definir uma nova estimativa x^{k+1} são dados pelo seguinte algoritmo.

Algoritmo 3.1

Passo 1: escolher $d_k \in \mathcal{H}^n$ tal que $\nabla^t f(x^k) d_k < 0$;

Passo2: Determinação do tamanho do passo.

Calcular λ_k tal que $f(x^k + \lambda_k d_k) < f(x^k)$ (Busca linear);

Passo 3: Fazer $x^{k+1} = x^k + \lambda_k d_k$.

O processo termina se para algum valor de k , digamos k_0 , resulta $\nabla f(x^{k_0}) = 0$.

Neste caso x^{k_0} é um ponto estacionário e o Passo 1 não é mais possível.

No entanto a condição de primeira ordem, $\nabla f(x) = 0$, é necessária mas não suficiente para se dizer que x^k é a solução do problema. Este processo nos dá possíveis soluções do problema.

Algumas vezes o processo pode continuar indefinidamente sem que se verifique $\nabla f(x) = 0$ para nenhum valor de k . Neste caso este algoritmo gera uma seqüência infinita $\{x^k\}$ de pontos em \mathcal{H}^n .

O método deve ser modificado para evitar situações onde não se verifique $\lim_{k \rightarrow \infty} x^k = x^*$, onde não se pode garantir que x^* seja uma solução do problema.

Muitas vezes apesar de haver sempre decréscimo da função, o decréscimo é pequeno demais devido à distância entre x^{k+1} e x^k . O decréscimo pode ser muito pequeno também com distâncias grandes entre x^{k+1} e x^k .

3.2.2. ALGORITMO COM CONVERGÊNCIA GLOBAL

Para impedir que a situação acima aconteça pede-se que:

$$\|d_k\| \geq \sigma \|\nabla f(x^k)\|, \text{ para todo } k \in \mathbb{N}, \text{ onde } \sigma > 0 \text{ é uma constante.}$$

Para impedir passos grandes com pouco decréscimo, na busca linear pede-se que λ_k verifique

$$f(x^k + \lambda_k d_k) < f(x^k) + \alpha \nabla^t f(x^k) \lambda_k d_k, \text{ para todo } k \in \mathbb{N}, \text{ onde } \alpha \in (0,1) \text{ é uma constante.}$$

Esta condição exige que o decréscimo seja em certo sentido proporcional ao tamanho do passo.

Observa-se que, como d_k é uma direção de descida, resulta:

$$\alpha \nabla^t f(x^k) \lambda_k d_k < 0$$

e, portanto, essa condição significa que queremos algo mais que simplesmente um decréscimo no valor da função. Essa condição é chamada de decréscimo suficiente ou Condição de Armijo. (DENNIS & SCHNABEL, 1983)

Um algoritmo que minimiza funções sem restrições, que seja o mais geral possível e que incorpore a Condição de Armijo é o seguinte.

Algoritmo 3.2

Sejam $\sigma > 0, \alpha$ e $\theta \in (0,1)$ constantes dadas. Se $x^k \in \mathbb{R}^n$ é tal que $\nabla f(x^k) \neq 0$, os passos para determinar x^{k+1} são:

Passo 1: Escolher $d_k \in \mathbb{R}^n$ tal que:

$$(i) \|d_k\| \geq \sigma \|\nabla f(x^k)\|;$$

$$(ii) \nabla^t f(x^k) d_k \leq -\theta \|\nabla f(x^k)\| \|d_k\|$$

Passo 2: Busca Linear

$$(i) \lambda = 1;$$

$$(ii) \text{ Se } f(x^k + \lambda_k d_k) < f(x^k) + \alpha \nabla^t f(x^k) \lambda_k d_k \text{ ir a (iv);}$$

$$(iii) \text{ Escolher } \bar{\lambda} \in [0,1\lambda; 0,9\lambda]. \text{ Fazer } \lambda = \bar{\lambda} \text{ e ir a (ii);}$$

$$(iv) \text{ Fazer } \lambda_k = \lambda \text{ e } x^{k+1} = x^k + \lambda_k d_k.$$

Desta forma o algoritmo fica bem definido e então é possível completar a busca linear com um número finito de tentativas para λ .

O teorema da convergência global nos diz que o algoritmo 4.2 pára com algum valor k tal que $\nabla f(x^k) = 0$, ou gera uma seqüência infinita $\{x^k\}$ tal que qualquer ponto de acumulação dela é um ponto estacionário de f .

Este teorema não garante a convergência da seqüência $\{x^k\}$, no entanto ele afirma que existe se $\lim_{k \rightarrow \infty} x^k$, então este limite é um ponto estacionário. E se a seqüência é limitada existe um ponto de acumulação e este deve ser um ponto estacionário.

3.2.3 ORDEM DE CONVERGÊNCIA

Se a seqüência $\{x^k\}$ gerada pelo algoritmo 4.2 converge podemos questionar a rapidez desta convergência.

Ordem de convergência é conceituada da seguinte forma. Se $\lim_{k \rightarrow \infty} x^k = x^*$, então $\lim_{k \rightarrow \infty} \|x^k - x^*\| = 0$ e pode-se observar que $\|x^k - x^*\|$ é o erro

cometido na aproximação x^k . Quanto mais “rápido” o erro se aproximar de zero, melhor. Uma forma de medir o progresso da convergência é comparar os erros cometidos em duas aproximações sucessivas:

$$e_{k+1} = \|x^{k+1} - x^*\| \text{ e } e_k = \|x^k - x^*\|$$

É desejável que a partir de um índice k_0 , seja verdade que:

$$e_{k+1} \leq r e_k, \text{ para algum } r \in (0,1) \quad (3.2)$$

A inequação 3.2 significa que o erro na aproximação x^{k+1} não pode superar uma fração do erro na aproximação x^k , determinada pela constante r .

A condição de que $0 < r < 1$ exclui a possibilidade de que $\frac{e_{k+1}}{e_k}$ se aproxime arbitrariamente de 1, situação na qual o progresso será lento demais. Quanto menor for o r , mais rápida será a convergência da sequência $\{x^k\}$. (LASDON, 1985)

3.2.4. MÉTODOS CLÁSSICOS DE DESCIDA

I. MÉTODO DO GRADIENTE

No contexto do algoritmo 3.2., este método corresponde a escolher d_k na direção de $-\nabla f(x^k)$.

Se, no Passo 1 do algoritmo 3.2, $d_k = -\sigma \nabla f(x^k)$, as condições (i) e (ii) são verificadas trivialmente. Consideremos o seguinte algoritmo para minimizar uma função f definida em \mathcal{H}^n .

Algoritmo 3.3

Se $x^k \in \mathcal{H}^n$ é tal que $\nabla f(x^k) \neq 0$, os passos para determinar x^{k+1} são:

Passo 1: Calcular $d_k = -\nabla f(x^k)$;

Passo 2: Busca Linear Exata

Determinar λ_k , minimizador de $f(x^k + \lambda_k d_k)$ sujeita $\lambda \geq 0$;

Passo 3: Fazer $x^{k+1} = x^k + \lambda_k d_k$.

A busca linear neste algoritmo é mais exigente que a do algoritmo 4.2, porque λ_k é o minimizador de f na direção d_k . Este processo é chamado de busca linear exata.

Este algoritmo nem sempre está bem definido, e o problema pode não ter solução.

II- MÉTODO DE NEWTON

PROPOSIÇÃO:

Seja $f = \frac{1}{2} x^t \nabla^2 x + b^t x + c$ uma função quadrática com matriz hessiana $\nabla^2(x)$

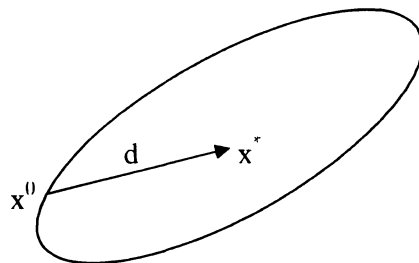
definida positiva, dado $x^0 \in \mathcal{H}$ dada por:

$$d = -(\nabla^2)^{-1}(\nabla^2 x^0 + b) \quad (3.3)$$

Então verifica-se que

$$x^* = x^0 + d \quad (3.4)$$

é o minimizador global de f em \mathcal{H}^n (ver figura abaixo).



Prova: Seja $f(x) = \frac{1}{2}x' \nabla^2 x + b'x + c$. Temos, por (3.4), que $\nabla f(x^*) = \nabla^2(x^0 + d) + b$.

Logo, usando (3.3), obtemos que

$$\nabla f(x^*) = \nabla^2(x^0 - (\nabla^2)^{-1}(\nabla^2 x^0 + b)) + b$$

Portanto, $\nabla f(x^*) = \nabla^2 x^0 - \nabla^2 x^0 - b + b = 0$, o que prova a proposição.

Algoritmo 3.4

Se x^k é tal que $\nabla f(x^k) \neq 0$, os passos para determinar x^{k+1} são:

Passo 1: A aproximação da condição de primeira ordem é dada por

$$\nabla f(x^k) + \nabla^2 f(x^k)(x^{k+1} - x^k) = 0$$

ou seja, resolver este sistema linear.

Este processo pode não estar bem definido se $\nabla^2 f(x^k)$ for singular.

Passo 2: Fazer $x^{k+1} = x^k - \lambda_k [\nabla^2 f(x^k)]^{-1} \nabla f(x^k)$, onde λ_k é determinado como no passo 2 do algoritmo 3.2.

Para este algoritmo temos o seguinte resultado:

Seja $f: \mathfrak{H}^n \rightarrow \mathfrak{H}$, $f \in C^3$. Seja x^* um minimizador local de f em \mathfrak{H}^n , tal que $\nabla^2 f(x^*)$ é definida positiva. Então existe $\varepsilon > 0$ tal que se $x^0 \in B(x^*, \varepsilon)$, e $\lambda_k = 1$ para todo $k \in \mathbb{N}$, a seqüência $\{x^k\}$ gerada pelo algoritmo 4.4 verifica:

(i) $\nabla^2 f(x^k)$ é definida positiva para todo $k \in \mathbb{N}$;

(ii) $\lim_{k \rightarrow \infty} x^k = x^*$;

(iii) Existe $C > 0$ tal que $\|x^{k+1} - x^*\| \leq C \|x^k - x^*\|^2$ para todo $k \in \mathbb{N}$.

III- MÉTODO QUASE-NEWTON

No método do Gradiente escolhemos

$$d_k = -I \nabla f(x^k) \text{ (sendo } I \text{ uma matriz identidade)}$$

e, no método de Newton,

$$d_k = -\left(\nabla^2 f(x^k)\right)^{-1} \nabla f(x^k).$$

Outros métodos podem ser definidos fazendo

$$d_k = -\nabla^2_k \nabla f(x^k),$$

onde $\nabla^2_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é uma matriz simétrica. Se ∇^2_k for definida positiva, d_k é uma direção de descida.

É desejável determinar matrizes ∇^2_k de modo que o trabalho computacional do método resultante seja menor que o do método de Newton e tais que a seqüência $\{x^k\}$ gerada por ele, quando converge, tenha ordem pelo menos superlinear.

Para obter um comportamento melhor do que o método do gradiente, é necessário alguma informação de segunda ordem.

Algoritmo 3.5

Sejam $x^0 \in \mathbb{R}^n$ arbitrário, $\nabla^2_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ simétrica e definida positiva. Se $\nabla f(x^k) \neq 0$, os passos para se obter x^{k+1} são:

Passo 1: Calcular $\nabla f(x^k) + \nabla^2 f(x^k)(x^{k+1} - x^k) = 0$.

Passo 2: Determinar λ_k através de uma busca linear e definir
$$x^{k+1} = x^k - \lambda_k \left[\nabla^2 f(x^k) \right]^{-1} \nabla f(x^k)$$

Passo 3: Determinar ∇^2_{k+1} simétrica e definida positiva tal que

$$\nabla^2_{k+1}(\nabla f(x^{j+1}) - \nabla f(x^j)) = x^{j+1} - x^j \text{ para todo } j \leq k.$$

Num algoritmo proposto por Davidon, Fletcher e Powell é apresentado um método para resolver este algoritmo, que está apresentado abaixo, algoritmo 3.6:

Algoritmo 3.6

Sejam $x^0 \in \mathbb{R}^n$ arbitrário, $\nabla^2_{00} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ simétrica e definida positiva. Se $\nabla f(x^k) \neq 0$, os passos para se obter x^{k+1} são:

Passo 1: Calcular $\nabla f(x^k) + \nabla^2 f(x^k)(x^{k+1} - x^k) = 0$.

Passo 2: Determinar λ_k através de uma busca linear e definir $x^{k+1} = x^k - \lambda_k [\nabla^2 f(x^k)]^{-1} \nabla f(x^k)$.

Passo 3: Definir $p_k = \lambda_k d_k = x^{k+1} - x^k$, $q_k = \nabla f(x^{k+1}) - \nabla f(x^k)$ e calcular $\nabla^2_{k+1} = \nabla^2_k + (p_k p_k') / (p_k' q_k) - (\nabla^2_k q_k q_k' \nabla^2_k) / (q_k' \nabla^2_k q_k)$

O que caracteriza este método é a fórmula recursiva do passo 3 para atualizar ∇^2_k . A matriz ∇^2_{k+1} é obtida a partir de uma correção de ∇^2_k que consiste em somar duas matrizes da forma vv^t , onde $v \in \mathbb{R}^n$, cada uma dessas matrizes tem posto 1. O número de operações para determinar d_k é da ordem n^2 , em lugar de n^3 como no método de Newton, o que acarreta vantagem computacional.

3.3. ESTIMAÇÃO DO MODELO

MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO

Há um número de aproximações gerais para encontrar estimadores que têm algumas ou todas as propriedades dos estimadores. Os dois métodos mais usados nos processos de estimação são o Método da Máxima Verossimilhança e o Método dos Mínimos Quadrados. (BEM-AKIVA & LERMAN, 1989)

3.3.1. MÉTODO DA MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

Estimador de máxima verossimilhança (EMV) é provavelmente o processo mais geral e direto para encontrar estimadores. Este método está baseado na idéia relativamente simples de que diferentes populações geram amostras diferentes e de que é mais provável que determinada amostra venha de determinada população que de outras. Para ilustrar esta idéia, vamos considerar o caso de populações normais e determinada amostra de n observações. As observações amostrais são os pontos sobre o eixo numérico dispersos em torno de sua média. Vamos supor que a média amostral observada seja igual a 5. A questão é: a que população esta amostra tem maior probabilidade de pertencer? Falando genericamente, qualquer população normal é candidata. Como as populações normais estão plenamente caracterizadas pela média e pela variância, elas só diferem com relação a estes dois parâmetros. Vamos considerar populações com a mesma variância. Destas, aquela que tem média 5, naturalmente, gerará amostras com média próxima ou igual a 5 mais freqüentemente que uma população com média 6, uma população com média 7, e assim por diante.

No exemplo anterior não consideramos populações que diferem com relação à variância e à média. Tal situação complica um pouco mais a explicação do princípio de máxima verossimilhança (máxima probabilidade), mas leva à mesma conclusão. Determinada amostra pode ter vindo de uma população caracterizada por qualquer média e qualquer variância, mas algumas populações gerariam tal amostra com maior probabilidade de ter vindo de uma população de média 5 que de uma população com mesma variância, mas com média 6 ou 7, assim uma amostra com grande variância tem maior probabilidade de ter vindo de uma população com grande variância do que de uma população com variância pequena. Tudo o que se exige é que consideremos combinações da média e da variância específicas na população em relação à média e variância específicas na amostra.

Os EMV são então definidos: Se uma variável aleatória X tiver distribuição de probabilidade $f(x)$ caracterizada pelos parâmetros $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ e se

observarmos uma amostra x_1, x_2, \dots, x_k então os estimadores de máxima probabilidade de $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ serão aqueles valores destes parâmetros que geram, mais freqüentemente, a amostra observada.

Podemos entender ainda, que os estimadores de máxima probabilidade de $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ são aqueles valores para os quais a probabilidade (ou densidade de probabilidade) de determinado conjunto de valores amostrais está no máximo. Isto é, para acharmos os estimadores de máxima probabilidade de $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ temos de achar aqueles valores que maximizam $f(x_1, x_2, \dots, x_k)$.

O conceito de função de probabilidade é crucial para a obtenção de EMV . Uma função de probabilidade, geralmente, denotada pela letra ℓ , é o nome dado a fórmula da distribuição de probabilidade conjunta da amostra. Consideremos uma variável aleatória X com distribuição de probabilidade $f(x)$ caracterizada por alguns parâmetros $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$. Uma amostra aleatória x_1, x_2, \dots, x_k representa um conjunto de variáveis aleatória independentes tendo cada uma delas exatamente a mesma distribuição de probabilidade que X . Então a função de probabilidade ℓ é definida pela fórmula da distribuição de probabilidade

$$\ell = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.5)$$

desde que as observações amostrais sejam independentes, podemos escrever:

$$\ell = f(x_1)f(x_2)\dots f(x_n) \quad (3.6)$$

As estimativas de máxima verossimilhança são encontradas, maximizando-se a função de probabilidade com relação aos parâmetros.

A obtenção de EMV envolve a especificação da função de probabilidade e a descoberta daqueles valores dos parâmetros que dão a esta função seu valor máximo. A condição necessária para que uma função esteja num máximo (ou num mínimo) é que neste ponto, sua primeira derivada seja igual a zero. Se só houver um parâmetro desconhecido na função de probabilidade, haverá

somente uma primeira derivada para a qual isto seja válido. De modo geral, contudo, o número de parâmetros desconhecidos na função de probabilidade é mais do que um, e temos de recorrer a derivadas parciais. Neste caso requer-se que a derivada parcial de ℓ com relação a cada um dos parâmetros incógnitos seja igual a zero. Isto é, se os parâmetros desconhecidos forem $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ as equações dadas pelas condições necessárias para a ocorrência de um máximo (ou de um mínimo) são:

$$\frac{\partial \ell}{\partial \theta_1} = 0, \frac{\partial \ell}{\partial \theta_2} = 0, \dots, \frac{\partial \ell}{\partial \theta_k} = 0 \quad (3.7)$$

Assim temos que resolver k equações para os valores dos parâmetros desconhecidos de k. estas equações são também como condições de primeira ordem para ocorrência de um máximo (ou de um mínimo). Tais condições garantem que para os valores de $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ obtidos pela solução das equações anteriores, obtemos um valor máximo ou um valor mínimo de ℓ . Para estarmos certos de que a solução de (3.7) dá, de fato, um valor máximo de ℓ , devem ser cumpridas certas condições de segunda ordem.

Embora os detalhes não estão incluídos aqui, o estimador de máxima verossimilhança tem as seguintes propriedades abaixo:

- (1) Eles são consistentes;
- (2) Eles são assintoticamente normais.
- (3) Eles são assintoticamente eficientes, e então a variância assintótica deles é dada pelo teorema do salto de Cramér-Rao .

3.3.2. MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

A estimação de mínimos quadrados foi mais estudada no caso da regressão linear, onde o modelo matemático para a função linear é dada por:

$$y = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (3.8)$$

onde y_n são os valores observados para a variável dependente, x_1, x_2, \dots, x_k são os valores observados para as variáveis independentes e $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ são os parâmetros a serem estimados.

A técnica, todavia, é potencialmente mais geral.

No contexto geral, estimadores de mínimos quadrados são aqueles valores de $\hat{\theta}_N$ que minimizam a soma da diferença dos quadrados entre o valor observado e o valor esperado das observações. (VIEIRA & HOFFMANN).

Expressando analiticamente, $\hat{\theta}_N$ é o estimador de mínimos quadrados para θ se a solução para:

$$Min_{\hat{\theta}_N} \theta = \min_{\hat{\theta}_N} \sum_{n=1}^N (y_n - \varepsilon[y_n / \hat{\theta}_N, x_n])^2, \quad (3.9)$$

onde $\varepsilon[y_n / \hat{\theta}_N, x_n]$ é o valor esperado de y_n condicional em $\hat{\theta}_N$ e X_n . Como no estimador de máxima verossimilhança resolve-se para $\hat{\theta}_N$ fixando a primeira derivada de θ em relação aos elementos em $\hat{\theta}_N$ igual a zero:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \hat{\theta}_{NK}} = -2 \sum_{n=1}^N (y_n - \varepsilon[y_n / \hat{\theta}_N, x_n]) \cdot \frac{\partial \varepsilon[y_n / \hat{\theta}_N, x_n]}{\partial \hat{\theta}_{NK}} = 0 \text{ para } k = 1, \dots, K \quad (3.10)$$

A propriedade geral dos estimadores de mínimos quadrados, quando aplicada para o modelo linear são cobertos de detalhes em qualquer texto econométrico padrão. Basicamente os estimadores de mínimos quadrados da equação (3.9) são consistentes e não-viciados conforme suposição mais geral sobre a distribuição das perturbações. A propriedade básica dos estimadores de mínimos quadrados ordinários para o modelo linear padrão é estabelecidas no teorema Gauss-Markov. Conforme as suposições deste teorema o estimador de mínimos quadrados ordinário é melhor (isto é, tendo a menor variância) de todos os estimadores lineares e não-viciados. Conforme condições mais restritas ainda é o único que pode mostrar que eles são também eficientes. (ROSS, 1987)

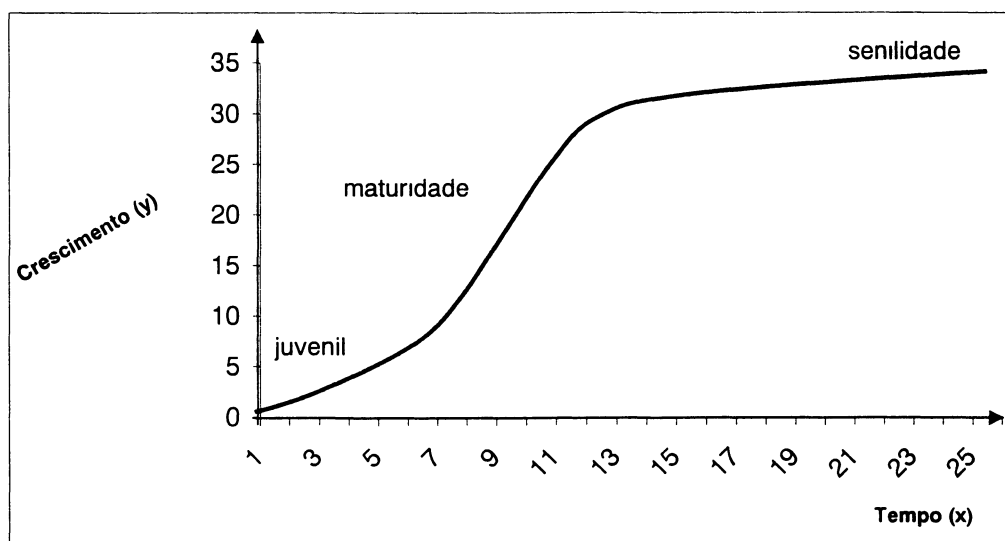
Todavia, estes resultados possuem para o modelo linear somente as propriedades dos estimadores de mínimos quadrados. Para outros modelos devem ser estabelecidos estimadores que tenham a base do processo.

Há muitos exemplos no qual o estimador de mínimos quadrados é idêntico ao estimador de máxima verossimilhança. Por exemplo, isto é verdade para o estimador da média do processo da distribuição normal.

3.4. FUNÇÕES AJUSTADAS

Segundo HUSCH (1972), o crescimento de árvores consiste no alongamento e engrossamento das raízes, caules e ramos que é a mudança em peso, volume e forma da árvore. O crescimento da árvore é influenciado pela capacidade genética de uma espécie interagindo com o meio ambiente que são os fatores climáticos e edáficos. Ainda ocorrem influências da competição que são influências de outras árvores, vegetação menor e animais. Ele afirma ainda que quando partes de um indivíduo, ou tamanho de um organismo (ex.: volume de madeira, peso de animais, diâmetro ou altura das árvores) são plotados sobre a sua idade, a curva resultante é denominada curva de crescimento, conforme gráfico 3.1.

GRÁFICO 3.1 - Curva de crescimento



Estas curvas características em “s” apresentam acumulação de dimensões em qualquer idade, sendo ainda chamadas de “curvas de crescimento analítico”.

Esta forma de curva é encontrada para crescimento de células, tecidos e órgãos individuais, plantas e animais com ciclo de vida completo. Também para curtos períodos de crescimento tais como crescimento sazonal, tende a seguir este tipo de curva.

Durante a fase juvenil, a taxa de crescimento aumenta rapidamente para um máximo até o ponto de inflexão e decai a partir daí na fase de maturidade para um valor infinitamente pequeno no final da fase senilidade.

MARGALEF (1974) diz que o crescimento pode ser representado por uma curva, que corresponde as dimensões medidas em um tempo sucessivo sobre um indivíduo, ou mais freqüente sobre a média de uma população obtida de amostras. O crescimento se expressa fundamentalmente como a variação de uma dimensão qualquer do indivíduo em função da idade. Esta dimensão é suscetível de aumentar gradualmente, cada vez com mais lentidão até aproximar-se de um máximo ou uma assíntota, podendo ser expresso matematicamente por uma equação.

Crescimento é um termo em geral que significa o aumento natural em tamanho de coisas vivas. Medidas de tamanho freqüentemente usadas em florestas incluem altura, diâmetro, área basal, volume, comprimento da copa, área da superfície da copa. Curvas de crescimento são usadas para descrever aumentos em tamanho sob condições ambientais fixadas para genótipos especificados. A forma cumulativa de muitas curvas de crescimento tem uma forma sigmoidal. E produção é a soma total do material disponível para colher num determinado tempo, usualmente em termos de volume ou massa. (WHYTE, 1986)

Podemos observar a forma sigmoidal na curva obtida pela altura (y) dos valores observados, ao longo dos anos (x), conforme gráfico 3.2, abaixo, e

também com o gráfico feito utilizando-se a média das alturas ao longo dos anos, conforme gráfico 3.3.

GRÁFICO 3.2 - Gráfico dos valores observados de 10 amostras em 25 anos.

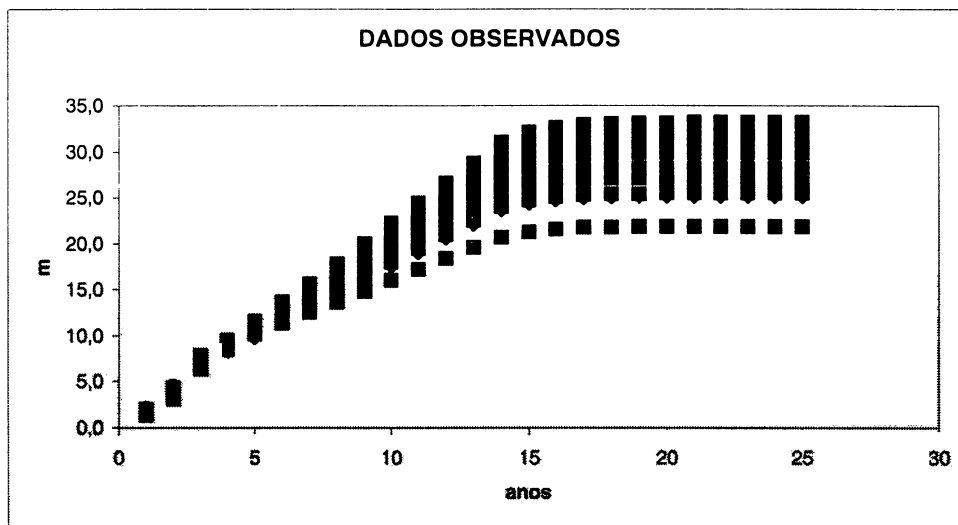
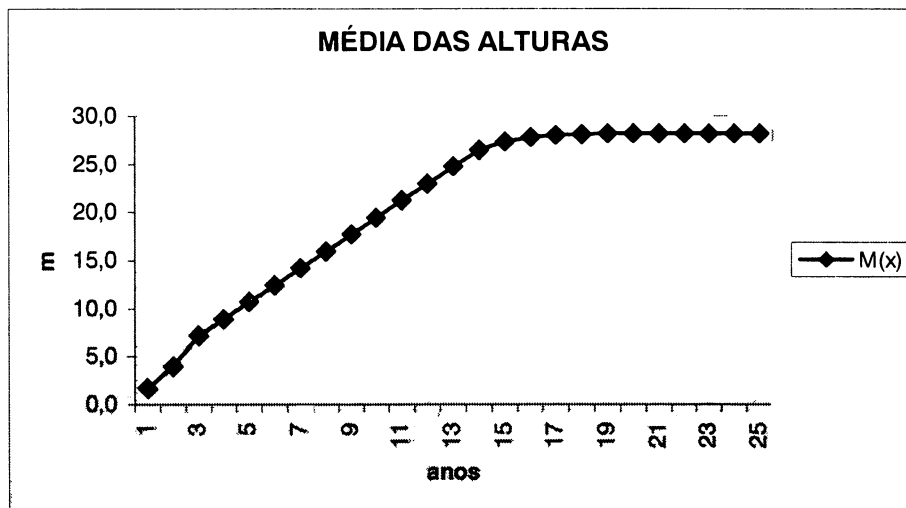


GRÁFICO 3.3: Gráfico com a média das alturas.



Para este trabalho propõe-se o uso da função Gumbel $f(x) = h e^{-e^{-a(1-h)}}$ e da função tangente-hiperbólica $f(x) = h \operatorname{tgh}(ax)$, que são funções monótonas crescentes (sigmoidais) e refletem o crescimento florestal.

3.5. PASSOS PARA APLICAR O MÉTODO DE NEWTON COM A FUNÇÃO GUMBEL COMO FUNÇÃO DE AJUSTE NO PROCESSO DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA.

A família da função Gumbel, apêndice 1, é dada pela expressão $f(x) = he^{-e^{-a(x-b)}}$, sendo que esta função possui três parâmetros a serem estimados, o parâmetro h , o parâmetro a e o parâmetro b , portanto teremos Gumbel (a, b, h). No entanto o parâmetro h é inicialmente calculado por uma análise de regressão simples dos dados observados e fixado como a assíntota da função, ou seja, valor máximo que a função deve atingir. Sendo recalculado no final do sistema pela método de Newton desenvolvido neste trabalho. Desta forma o modelo ajustará os parâmetros a e b .

Neste trabalho foi usado o Método de Newton com busca unidirecional usando segmento áureo (0,618) como o λ para a busca linear do Passo 2 do algoritmo 3.2.

O modelo matemático de otimização deste trabalho é:

$$MinL = \sum_t \sum_r (M_{tr} - f(x)_r)^2$$

onde M_{tr} são os r valores observados em t etapas e $f(x)_r$ é uma função de ajuste. Usando a função Gumbel como a função de ajuste temos o seguinte modelo matemático de otimização:

$$MinL = \sum_t \sum_r (M_{tr} - he^{-e^{-a(x-b)}})^2$$

Passo 0:

Atribuir um valor inicial (w) aos parâmetros $\beta = [a \ b]$ a serem ajustados;

Atribuir valor a e (erro de uma iteração para a outra). Neste trabalho considerou-se $e = 10^{-3}$;

Passo 1:

A aproximação da condição de primeira ordem é dada por

$$\nabla L(\beta_w) + \nabla^2 L(\beta_w)(\beta_{w+1} - \beta_w) = 0$$

Passo 2:

Resolva para

$$\beta_{w+1} = \beta_w - [\nabla^2 L(\beta_w)]^{-1} \nabla L(\beta_w)$$

Passo 3:

Testar se $\beta_{w+1} - \beta_w$ é “pequeno”, ou seja:

$$\left[\sum_{k=1}^K (\beta_{w+1} - \beta_w) \right] \leq e$$

onde k é considerado cada iteração do processo.

Se esta condição é satisfeita, o processo termina com β_{w+1} sendo a solução.

Em caso contrário fazer $w = w + 1$ e voltar ao passo 1.

Seja a função L, a função de máxima verossimilhança:

$$L = \sum_i \sum_r \left(M_{ir} - h e^{-e^{-a(x-h)}} \right)^2$$

Calculando a primeira derivada de L em relação a um β_k

$$\nabla L = \begin{pmatrix} \frac{\partial L}{\partial h} \\ \frac{\partial L}{\partial a} \\ \frac{\partial L}{\partial b} \end{pmatrix}$$

Sendo que a derivada parcial de L em relação ao parâmetro h é dado por:

$$\frac{\partial L}{\partial h} = \sum_i \sum_r \left[2h e^{-2e^{-a(h-x)}} - 2M_{ir} e^{-e^{-a(h-x)}} \right]$$

A derivada parcial da função L em relação ao parâmetro a é dado por:

$$\frac{\partial L}{\partial a} = \sum_i \sum_r \left[2h M_{ir} e^{-e^{-a(h-x)} + a(b-x)} \cdot (b-x) + 2h^2 e^{-2e^{-a(h-x)}} \cdot (x-b) \right]$$

E a derivada parcial da função L em relação ao parâmetro b é dado por:

$$\frac{\partial L}{\partial b} = \sum_i \sum_r \left[2ahM_{ir} e^{-e^{a(h-r)} + a(b-\lambda)} - 2ah^2 e^{-2e^{a(h-r)} + a(b-\lambda)} \right]$$

A Matriz hessiana da função L é dada por:

$$\nabla^2 L = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial h^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial h \partial a} & \frac{\partial^2 L}{\partial h \partial b} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial a \partial h} & \frac{\partial^2 L}{\partial a^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial a \partial b} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial b \partial h} & \frac{\partial^2 L}{\partial b \partial a} & \frac{\partial^2 L}{\partial b^2} \end{pmatrix}$$

Sendo a derivada parcial de segunda ordem da função L em relação ao parâmetro h:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial h^2} = \sum_i \sum_r 2e^{-2e^{a(h-r)}}$$

A derivada parcial de segunda ordem da função L em relação ao parâmetro a:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial a^2} = \sum_i \sum_r \left[e^{-e^{a(h-r)}} \cdot (2hM_{ir} e^{a(h-r)} \cdot (x-b)^2 - 2hM_{ir} e^{2a(h-r)} \cdot (x-b)^2) \cdot (4h^2 e^{2a(b-x)} \cdot (x-b)^2 - 2h^2 e^{a(b-x)} \cdot (x-b)^2) \right]$$

A derivada parcial de segunda ordem da função L em relação ao parâmetro b:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial b^2} = \sum_i \sum_r \left[e^{-e^{a(h-r)}} \cdot (2a^2 hM_{ir} e^{a(h-r)} - 2a^2 hM_{ir} e^{2a(h-r)}) + e^{-2a(b-x)} \cdot (4a^2 h^2 e^{2a(b-x)} - 2a^2 h^2 e^{a(b-x)}) \right]$$

A derivada parcial de segunda ordem da função L em relação ao parâmetro h, e em relação ao parâmetro a:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial h \partial a} = \frac{\partial^2 L}{\partial a \partial h} = \sum_i \sum_r \left[2M_{ir} e^{-e^{a(h-r)} + a(b-\lambda)} \cdot 4ahe^{-2e^{a(h-r)} + a(b-\lambda)} \right]$$

A derivada parcial de segunda ordem da função L em relação ao parâmetro h, e em relação ao parâmetro b:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial h \partial b} = \frac{\partial^2 L}{\partial b \partial h} = \sum_i \sum_r \left[2aM_{ir} e^{-e^{a(h-x)} + a(b-x)} - 4ah e^{-2e^{a(h-x)} + a(b-x)} \right]$$

E a derivada parcial de segunda ordem da função L em relação ao parâmetro a, e em relação ao parâmetro b:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial a \partial b} = \frac{\partial^2 L}{\partial b \partial a} = \sum_i \sum_r \left[e^{-2e^{a(h-x)}} \cdot (2h^2 e^{a(b-x)} \cdot (ax - ab - 1) + 4ah^2 e^{2a(b-x)} \cdot (b - x)) - e^{-e^{a(h-x)}} \cdot (2hM_{ir} e^{a(b-x)} \cdot (ax - ab - 1) + 2ahM_{ir} e^{2a(b-x)} \cdot (b - x)) \right]$$

A distribuição Gumbel tem aplicação na engenharia hidrológica que observou a utilização da distribuição Gumbel na determinação de picos, volume e duração de enchentes, tendo em vista que o planejamento, projetos e gerenciamento deste trabalho requerem o conhecimento destas características das enchentes. (YUE, 1999) usou o modelo mesclado Gumbel, a distribuição de extremo valor bivariado com a distribuição Gumbel marginal, para analisar a distribuição de probabilidade conjunta de volume e picos da enchente correlacionados, e a distribuição de probabilidade conjunta para a duração e volume da enchente correlacionados. O modelo foi testado e validado usando dados de enchente de uma região no Canadá, e os resultados indicam que o modelo é apropriado para representar a distribuição de picos e volume da enchente bem como volume e duração da enchente em outras regiões.

A distribuição Gumbel também foi usada para estimar a distribuição que melhor representa a velocidade dos ventos, tendo em vista que atualmente a velocidade do vento é importante para projetos em fazendas, poder de geradores, aplicações na agricultura como a irrigação, etc. Foram usados muitos modelos matemáticos, sendo a distribuição Gumbel a mais adequada para esta situação, conseguindo então calcular a produção de energia produzida pela velocidade do vento. (DORVLO, 2002).

3.6. PASSOS PARA APLICAR O MÉTODO DE NEWTON COM A FUNÇÃO TANGENTE-HIPERBÓLICA COMO FUNÇÃO DE AJUSTE NO PROCESSO DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA.

A família da função Tangente-hiperbólica é dada pela expressão:

$$tgh(ax) = \frac{[\exp(ax) - \exp(-ax)]}{\exp(ax) + \exp(-ax)}$$

Neste trabalho será usada a função Tangente-hiperbólica com dois parâmetros a serem estimados, o parâmetro h e o parâmetro a, como na função a seguir, portanto, Tangente-hiperbólica (a, h).

$$f(x) = htgh(ax)$$

O modelo matemático de otimização deste trabalho é:

$$MinL = \sum_t \sum_r (M_{tr} - f(x)_r)^2$$

onde M_{tr} são os r valores observados em t etapas e $f(x)_r$ é uma função de ajuste. Usando a função Tangente-hiperbólica como a função de ajuste temos o seguinte modelo matemático de otimização:

$$MinL = \sum_t \sum_r (M_{tr} - htgh(ax))^2$$

Passo 0:

Atribuir um valor inicial (w) aos parâmetros $\beta = [a]$ a ser ajustado;

Atribuir valor a e (erro de uma iteração para a outra), neste trabalho considerou-se $e = 10^{-3}$;

Passo 1:

A aproximação da condição de primeira ordem é dada por

$$\nabla L(\beta_w) + \nabla^2 L(\beta_w)(\beta_{w+1} - \beta_w) = 0$$

Passo 2:

Resolva para

$$\beta_{w+1} = \beta_w - [\nabla^2 L(\beta_w)]^{-1} \nabla L(\beta_w)$$

Passo 3:

Testar se $\beta_{w+1} - \beta_w$ é “pequeno”, ou seja:

$$\left[\sum_{k=1}^K (\beta_{w+1} - \beta_w) \right] \leq e$$

onde k é considerado cada iteração do processo.

Se esta condição é satisfeita, o processo termina com β_{w+1} sendo a solução.

Em caso contrário fazer $w = w + 1$ e voltar ao passo 1.

Seja a função L, a função de máxima verossimilhança:

$$L = \sum_t \sum_r (M_{tr} - h \tanh(ax))^2$$

Calculando a primeira derivada de L em relação a um β_k

$$\nabla L = \begin{pmatrix} \frac{\partial L}{\partial h} \\ \frac{\partial L}{\partial a} \end{pmatrix}$$

Sendo que a derivada parcial da função L em relação ao parâmetro h:

$$\frac{\partial L}{\partial h} = \sum_t \sum_r \frac{2(e^{4ax} \cdot (h - M_{tr}) - 2he^{2ax} + h + M_{tr})}{(e^{2ax} + 1)^2}$$

E a derivada parcial da função L em relação ao parâmetro a:

$$\frac{\partial L}{\partial a} = \sum_t \sum_r \frac{8hxe^{2ax} \cdot (e^{2ax} \cdot (h - M_{tr}) - a - M_{tr})}{(e^{2ax} + 1)^3}$$

Para a matriz hessiana da função L para o caso da função de ajustamento Tangente-hiperbólica, tem-se:

$$\nabla^2 L = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial h^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial h \partial a} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial a \partial h} & \frac{\partial^2 L}{\partial a^2} \end{pmatrix}$$

Sendo a derivada parcial de segunda ordem da função L em relação ao parâmetro h dada por:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial h^2} = \sum_i \sum_r \frac{2(e^{4ax} - 2e^{2ax} + 1)}{e^{4ax} + 2e^{2ax} + 1}$$

A derivada parcial de segunda ordem da função L em relação ao parâmetro a dada por:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial a^2} = \sum_i \sum_r -\frac{16hx^2 e^{2ax} \cdot (e^{4ax} \cdot (h - M_{ir}) - 4he^{2ax} + h + M_{ir})}{(e^{2ax} + 1)^2 \cdot (e^{4ax} + 2e^{2ax} + 1)}$$

E a derivada parcial de segunda ordem da função L em relação ao parâmetro h, e em relação ao parâmetro a dada por:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial a \partial h} = \frac{\partial^2 L}{\partial h \partial a} = \sum_i \sum_r \frac{8xe^{2ax} \cdot (e^{2ax} \cdot (ah - M_{ir}) - 2h - M_{ir})}{(e^{2ax} + 1)^3}$$

3.7. FUNÇÃO POLINOMIAL

Neste trabalho será usada também a função polinomial de 4º grau, ajustado pelo Método da Análise de Regressão através do método dos mínimos quadrados, para tanto será utilizado neste trabalho o Software “Curve expert 1.3.

O ajuste da função polinomial se dará devido ao fato de que muitas das funções já ajustadas para a determinação de crescimento e produção florestal são da forma polinomial, tendo assim a possibilidade da comparação dos resultados obtidos neste trabalho com as funções Gumbel e Tangente-hiperbólica.

A função polinomial de 4º grau é dada pela expressão:

$$f(x) = a_1 x^4 + a_2 x^3 + a_3 x^2 + a_4 x + a_5$$

3.8. MÉTODO PARA UTILIZAÇÃO DO SOTWARE SISTEMA H_ÁRVORE.

Este sistema foi desenvolvido para este trabalho, tendo sido programado em linguagem de Delphi 5, que consta no apêndice 2.

Os dados de entrada para o sistema de predição de crescimento e produção (SISTEMA H_ÁRVORE), são observações de altura em t anos decorrentes do levantamento de parcelas permanentes para a estimação da altura, e para a estimação do diâmetro serão necessárias as medições de diâmetro em t anos das mesmas parcelas.

O programa inicia-se com o cálculo da altura máxima para o final do horizonte de planejamento, que consideramos como sendo a assíntota da função utilizada, tendo em vista que estamos utilizando funções assintóticas, através da aplicação do Método de Regressão Simples, pois desta forma teremos um parâmetro (h) a menos a ser estimado, sendo que esta altura é recalculada após o ajuste da respectiva função (Gumbel ou tangente-hiperbólica), conforme apêndice 3.

O sistema ajusta os parâmetros da função Gumbel (a, b) através do processo da máxima verossimilhança $MinL = \sum_i \sum_r (M_{ir} - f(x)_r)^2$, com a aplicação do processo iterativo com o algoritmo de Newton para otimização de funções não-lineares, o sistema mostra o desenvolvimento de forma iterativa, segundo Apêndice 5.

Depois de estimados os parâmetros recalcula-se a estimação do valor da altura (ou diâmetro) total da árvore no final do horizonte de planejamento. Com a função ajustada podemos calcular a altura (ou diâmetro) em qualquer um dos anos dentro do horizonte de planejamento, que interessa ao Planejamento Florestal conhecer o volume de madeira em cada um dos anos para o gerenciamento da floresta de forma a otimizar os recursos florestais levando em consideração a demanda de cada tipo de madeira.

Realizado o ajuste pelas funções desejadas, Função Gumbel e Função Tangente-hiperbólica, há a necessidade de se aplicar um teste de aderência, que compara os dados observados com os dados ajustados, pois nos interessa saber se os dados observados são bem explicados pela função e, em seguida para cada caso qual função dá o melhor ajuste. Em alguns talhões pode-se optar por funções diferentes, ou fazer inferência com outros talhões que possuem as mesmas características, índice de sítio, área basal, tipo de desbaste utilizado, etc., tendo em vista que na entrada de dados essas características não são registradas, mas como a entrada de dados refere-se às medições ao longo de t anos, essas variáveis terão influência direta nas observações e, portanto na função ajustada e nas estimações para os próximos anos.

As figuras referentes às janelas do software Sistema H_Árvore constam no apêndice 4. A figura 4.1 (no apêndice 4) refere-se a janela de entrada do programa; a figura 4.2 refere-se ao editor de texto, onde é a entrada dos dados, que é um arquivo com extensão txt, ou pode ser digitado diretamente no editor como mostra o arquivo modelo; a figura 4.3 refere-se a janela onde mostra todo o desenvolvimento do sistema de forma iterativa e a figura 4.4 (no apêndice 4) é a janela dos resultados.

Então para iniciar o programa deve-se clicar no ícone SISTEMA da figura 4.1, então abrirá a segunda janela, figura 4.4, onde primeiramente o sistema calcula a altura, pelo método de regressão (A_t altura), que será a assíntota ou altura máxima, que inicialmente é considerada constante. Então se escolhe qual a função desejada, função Gumbel ou função Tangente Hiperbólica, clicando no ícone referente a função escolhida e o sistema automaticamente calculará os parâmetros da função escolhida, mostrando os resultados também na janela da figura 4.4, que possui ainda uma célula que mostra o número de iterações feita para o ajuste da função.

3.9. TESTES DE ADERÊNCIA

Em geral, se quer saber se os dados de uma variável aleatória ajustam-se a determinada distribuição. Tendo os dados, não há necessidade de se aplicar a distribuição de probabilidade padronizada porque as probabilidades podem ser geradas diretamente das frequências relativas (SILKER, 2000).

Os resultados obtidos por meio de amostras nem sempre concordam exatamente com os teóricos esperados, de acordo com as regras de probabilidade. Deseja-se, freqüentemente, saber se as frequências observadas diferem, de modo significativo, das esperadas. (SPIEGEL, 1978)

3.9.1. TESTE DE χ^2 (Qui-Quadrado)

Este teste é usado como prova de aderência no sentido de que pode ser empregado para verificar se existe diferença significativa entre o número observado de indivíduos ou de respostas, em determinada categoria, e o respectivo número esperado. (SIEGEL, 1975)

Para poder comparar um grupo observado com um grupo esperado de frequências, deve-se ser capaz de dizer que frequências seriam esperadas. A hipótese de nulidade (H_0) dá a proporção de indivíduos, ou objetos, que se enquadram em cada uma das categorias na população presumida. A técnica de χ^2 testa se as frequências observadas estão suficientemente próximas das esperadas para justificar sua ocorrência sob H_0 .

Sendo H_0 : os dados observados são coerentes (ajustam) com os dados esperados;

H_1 : não

O teste de aderência é usado para determinar quão aproximadamente as distribuições empíricas, como a normal, a binomial, etc., se ajustam às distribuições teóricas, isto é, as obtidas por meio de dados amostrais.

MÉTODO

Uma medida de discrepância existente entre as frequências observadas e esperadas é proporcionada pela estatística χ^2 , expressa por:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(o_j - e_j)^2}{e_j}. \quad (4.1)$$

Onde o_j – valores observados classificados na categoria j

e_j = valores esperados na categoria j sob H_0 .

$\sum_{j=1}^k$ indica somatório sobre todas as k categorias.

Quando $\chi^2 = 0$, as frequências teóricas e observadas concordam exatamente, enquanto que, quando $\chi^2 > 0$, a concordância é aproximada. Quanto maior o valor de χ^2 , maior será a discrepância entre as frequências observadas e esperadas.

O número de graus de liberdade ν é dado por :

(a) $\nu = k - 1$, quando as frequências esperadas puderem ser calculadas, sem que se façam estimativas dos parâmetros populacionais, a partir de estatísticas amostrais. Subtrai-se 1 de k , por causa da condição de restrição que estabelece que, sendo conhecidas $(k - 1)$ frequências esperadas, a remanescente pode ser determinada.

(b) $\nu = k - 1 - m$, quando as frequências esperadas somente podem ser calculadas mediante a estimativa de m parâmetros populacionais, a partir de estatísticas amostrais.

Na prática, as frequências esperadas são calculadas com base em uma hipótese H_0 . Se, para essa hipótese, o valor de χ^2 , calculado por meio de 4.1,

for maior do que alguns valores críticos (tais como $\chi^2_{0,95}$ ou $\chi^2_{0,99}$ que são os valores críticos nos níveis de significância 0,05 e 0,01, respectivamente), concluir-se-á que as frequências observadas diferem, de modo significativo, das esperadas e rejeitar-se-á H_0 no nível de significância correspondente. No caso contrário, dever-se-á aceitá-la. A comparação é feita com os dados tabelados.

3.9.2. TESTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

Este teste foi desenvolvido por Kolmogorov (1933) para verificar a adaptação da distribuição $F(X)$, específica e bem conhecida, a dados provenientes de uma distribuição desconhecida $F_0(X)$.

A prova de Kolmogorov-Smirnov de uma amostra é uma prova de aderência, isto é, diz respeito ao grau de concordância entre a distribuição de um conjunto de valores amostrais (observados) e determinada distribuição teórica específica. Determina se os valores da amostra que podem razoavelmente ser considerados como proveniente de uma população com aquela distribuição teórica. (SIEGEL, 1975),

Em resumo, a prova procura especificar a distribuição de frequência acumulada que ocorreria sob a distribuição teórica, e compará-la com a distribuição de frequência observada. A distribuição teórica representa o que se poderia esperar sob H_0 . Determina-se o ponto em que duas distribuições – teórica e observada – acusam maior divergência. A referência à distribuição amostral indica se essa diferença máxima pode ser atribuída ao acaso, ou seja, a distribuição amostral indica se uma divergência com tal magnitude teria probabilidade de ocorrer se as observações constituíssem realmente uma amostra aleatória da distribuição teórica.

A hipótese de nulidade especifica alguma distribuição $F(X)$. Uma amostra X_1, X_2, \dots, X_n é retirada de alguma população cuja distribuição $F_0(X)$ é desconhecida, estabelecendo-se o confronto com $F(X)$ para verificar se é razoável

estudar os dados através desta, admitida como a verdadeira função de distribuição da amostra casualizada.

Sendo H_0 : os dados observados são coerentes (ajustam) com os dados esperados;

H_1 : não

Sua vantagem sobre o teste de χ^2 é que ele pode ser aplicado, sem restrição, para pequenas amostras. Além disso ele trata os dados individualmente, não perdendo informações devido a agrupamentos, como ocorre no teste de χ^2 .

Na maioria dos casos ele é mais poderoso do que o teste de χ^2 , principalmente no caso de pequenas amostras.

MÉTODO

Seja $F_0(X)$ uma distribuição de frequência acumulada teórica, sob H_0 . Isto é, para qualquer valor de X , o valor de $F_0(X)$ é a proporção de casos esperados com escores iguais, ou menores do que X .

Seja $S_N(X)$ a distribuição de frequência acumulada de uma amostra aleatória de N observações. Quando X é qualquer escore possível, $S_N(X) = k/N$ onde k é o número de observações não superiores a X .

Pela hipótese da nulidade, espera-se que a amostra para cada valor de X , $S_N(X)$ esteja suficientemente próximo de $F_0(X)$, ou seja, espera-se que as diferenças entre $S_N(X)$ e $F_0(X)$ sejam pequenas e estejam dentro dos limites dos erros. A prova de Kolmogorov-Smirnov focaliza a maior dessas diferenças. O maior valor de $|F_0(X) - S_N(X)|$ é chamado desvio máximo, D .

Definindo:

$$D = \text{Máximo } | F_0(X) - S(X) |$$

$$D^+ = \text{Máximo } [F_0(X) - S(X)]$$

$$D^- = \text{Máximo } [S(X) - F_0(X)]$$

A distribuição amostral de D, sob H_0 , é conhecida.

Ao nível α de significância deve-se testar:

$H_0: F = F_0$ x $H_\alpha: F \neq F_0$, para pelo menos um valor de X, rejeita-se H_0 se $D \geq d$,

$H_0: F = F_0$ x $H_\alpha: F > F_0$, para pelo menos um valor de X, rejeita-se H_0 se $D^+ \geq d_1$.

$H_0: F = F_0$ x $H_\alpha: F < F_0$, para pelo menos um valor de X, rejeita-se H_0 se $D^- \geq d_1$.

Os valores de d são encontrados na tabela 1 (anexo 1), observa-se que a significância de um dado valor de D depende de N.

Uso das tabelas para o teste de Kolmogorov-Smirnov

As tabelas trazem os limites para os testes bilaterais e unilaterias.

Para melhor ilustração, considerando $n = 3$; a tabela 1 nos dá:

QUADRO 3.1.- Parte de uma tabela do teste de Kolmogorov-Smirnov.

α	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
N = 3	0,565	0,636	0,708	0,784	0,829

Considerando $N=3$ e um nível de significância de 0,05. Se o valor calculado for menor que 0,708 aceita-se a hipótese H_0 .

Determinação dos Supremos (Desvio Máximo)

Considere uma amostra casualizada de tamanho $n = 5$ com os valores ordenados:

$$X_1 = 0,28$$

$$X_4 = 0,63$$

$$X_2 = 0,47$$

$$X_5 = 0,68$$

$$X_3 = 0,54$$

Considerando para confronto, a função de distribuição uniforme:

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{para } X < 0 \\ X & \text{para } 0 \leq X \leq 1 \\ 1 & \text{para } X > 1 \end{cases}$$

$S(X) = k/5$, onde k é o número de observações $X_i \leq X$ e $S(X)$ é considerada contínua.

Neste trabalho o teste de Kolmogorov-Smirnov foi utilizado para verificar se o ajustamento feito para altura e diâmetro utilizando a função Gumbel e a função Tangente Hiperbólica são considerados ajustamentos com boa aderência e, se representam bem a produção florestal. Também foi determinado qual das duas funções possuem melhor ajustamento para cada grupo de dados.

No procedimento para a aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov, para verificar a aderência do ajustamento da função para altura das árvores, com a Distribuição Gumbel, os valores para $F(X)$, valores esperados, são os valores ajustados por esta função para cada um dos anos, ou seja, depois de determinado os parâmetros da função substitui-se os valores de t (anos) e determinou-se os valores ajustados.

Para os valores observados $S(X)$, foi usada a altura média de cada ano, tendo em vista que tínhamos várias observações para cada período, pois não seria possível aplicar os testes com todos os valores.

Como os dados referentes a altura de um período para outro são acumulados, pois a altura dos períodos anteriores estarão sempre nas medições dos períodos posteriores, para o cálculo do Desvio máximo usou-se a proporção X_i/X_n , tanto para $F(X)$ quanto para $S(X)$.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS E DISCUSSÃO:

4.1. RESULTADOS PARA AS FUNÇÕES AJUSTADAS

Para o ajuste das funções Gumbel e Tangente-hiperbólica foram utilizados dados retirados de uma distribuição diamétrica com 10 observações para cada um dos 25 anos de planejamento (apêndice 5), para um ajuste inicial dos dados. Tendo em vista que a empresa Klabin forneceu dados reais, mas com observações de apenas 3 anos para cada talhão, o que não seria possível de se fazer um ajuste, usou-se então o ajuste das funções já feitos com os dados da distribuição diamétrica para proceder a uma interpolação de dados (apêndice 5).

Os parâmetros das funções, Gumbel e Tangente hiperbólica, estimados com o Método da Máxima verossimilhança, utilizando o processo de otimização de Newton com buscas direcionais, para as 10 observações dentro de 25 anos da distribuição diamétrica, são para cada uma das funções conforme o quadro abaixo:

QUADRO 4.1.- Resultados dos parâmetros das funções pelo sistema H-Árvore.

Função	Parâmetro a	Parâmetro b	Altura máxima
Gumbel	-0,1944	5,4112	30,2725
Tangente Hiperbólica	0,1019	-	30,4121

Portanto a função Gumbel ajustada pelo método de Newton com iterações sucessivas, e com os dados utilizados neste trabalho seria da seguinte forma:

Função Gumbel

$$f(x) = 30,2725e^{-e^{-0,1944(x-5,4112)}}$$

E a função Tangente hiperbólica ajustada pelo método de Newton com iterações sucessivas, e com os dados utilizados neste trabalho seria da seguinte forma:

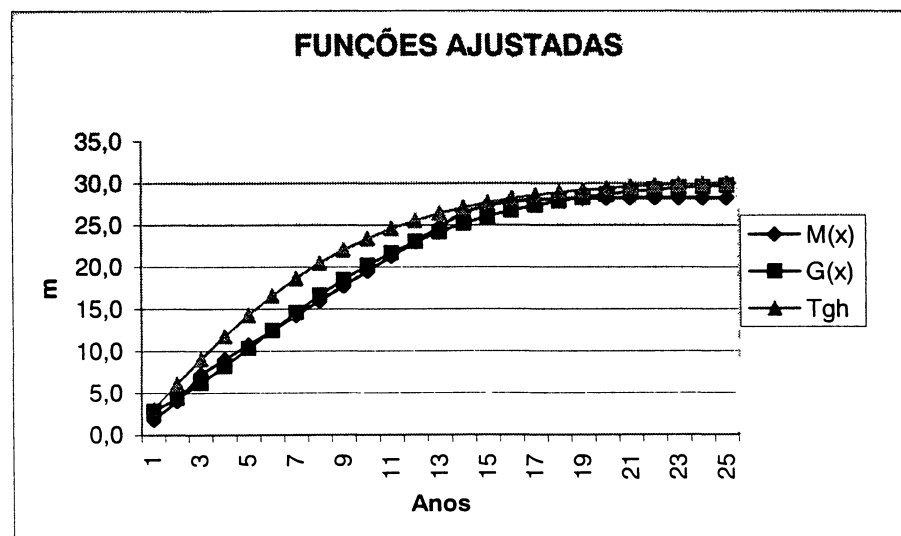
Função Tangente-Hiperbólica

$$f(x) = 30,4121tgh(0,1019x)$$

O quadro 4.2 apresenta os valores médios das alturas observadas ($M(x)$), os valores ajustados pelo modelo matemático apresentado neste trabalho para as funções Gumbel ($G(x)$) e Tangente hiperbólica ($Tgh(x)$), estimados para os períodos de 1 a 25 anos. Estes dados serão utilizados para o cálculo dos testes de aderência, Kolmogorov-Smirnov e Qui-quadrado, pelos métodos numérico e gráfico.

Os dados referentes à altura média ($M(x)$), e os valores ajustados pelas funções Gumbel e Tangente hiperbólica, utilizando o modelo matemático proposto por este trabalho estão plotados no gráfico 4.2, e podemos compará-los em termos de aderência com os dados observados.

GRÁFICO 4.1: Linha dos valores médios, da distribuição Gumbel e da distribuição Tangente Hiperbólica em função do tempo (em anos).



QUADRO 4.2 – Valores médios das alturas observadas ($M(x)$), os valores da função Gumbel ($G(x)$) e os valores da função tangente hiperbólica ($Tgh(x)$) estimados para os períodos de 1 a 25 anos

Anos	$M(x)$	$G(x)$	$Tgh(x)$
1	1,73	2,88	3,09
2	3,98	4,37	6,11
3	7,20	6,15	9,02
4	8,95	8,16	11,75
5	10,71	10,30	14,28
6	12,46	12,47	16,57
7	14,22	14,59	18,63
8	15,97	16,62	20,45
9	17,73	18,49	22,03
10	19,48	20,19	23,39
11	21,24	21,70	24,56
12	22,99	23,04	25,55
13	24,75	24,20	26,39
14	26,50	25,19	27,09
15	27,38	26,05	27,67
16	27,82	26,77	28,16
17	28,04	27,38	28,56
18	28,15	27,89	28,89
19	28,20	28,32	29,16
20	28,23	28,68	29,39
21	28,23	28,98	29,57
22	28,24	29,23	29,73
23	28,24	29,44	29,85
24	28,24	29,61	29,95
25	28,24	29,75	30,03

4.2. RESULTADOS DO TESTE DE KOLMOGOROV – SMIRNOV

O quadro 4.3 apresenta os resultados para o cálculo do teste de aderência Kolmogorov-Smirnov, sendo que a coluna Real representa as proporções de cada um dos valores reais pelo maior valor, ou seja aquele observado no último período, e a coluna Gumbel mostra as proporções dos valores estimados pela distribuição Gumbel com o maior valor estimado, sendo no último período, e a coluna $|real - gumbel|$.

Quadro 4.3 - Cálculos intermediários e o resultado do teste de aderência Kolmogorov-Smirnov para a função Gumbel.

Anos	M(x)	G(x)	Real	Gumbel	real - gumbel
1	1,7	2,88	0,06	0,10	0,04
2	4,0	4,37	0,14	0,15	0,01
3	7,2	6,15	0,25	0,21	0,05
4	9,0	8,16	0,32	0,27	0,04
5	10,7	10,30	0,38	0,35	0,03
6	12,5	12,47	0,44	0,42	0,02
7	14,2	14,59	0,50	0,49	0,01
8	16,0	16,62	0,57	0,56	0,01
9	17,7	18,49	0,63	0,62	0,01
10	19,5	20,19	0,69	0,68	0,01
11	21,2	21,70	0,75	0,73	0,02
12	23,0	23,04	0,81	0,77	0,04
13	24,7	24,20	0,88	0,81	0,06
14	26,5	25,19	0,94	0,85	0,09
15	27,4	26,05	0,97	0,88	0,09
16	27,8	26,77	0,99	0,90	0,09
17	28,0	27,38	0,99	0,92	0,07
18	28,1	27,89	1,00	0,94	0,06
19	28,2	28,32	1,00	0,95	0,05
20	28,2	28,68	1,00	0,96	0,04
21	28,2	28,98	1,00	0,97	0,03
22	28,2	29,23	1,00	0,98	0,02
23	28,2	29,44	1,00	0,99	0,01
24	28,2	29,61	1,00	1,0	0,00
25	28,2	29,75	1,00	1,00	0,00
Resultado do teste					0 093975

O valor de tabela do teste, com 0,05 de nível significância é 0,270 portanto a função se ajusta muito bem aos dados observados.

Pelo gráfico 4.2 podemos observar que as diferenças entre os valores observados e a linha de tendência ajustada pela função Gumbel é pequena.

GRÁFICO 4.2 - Comparação entre os valores observados e os valores estimados pela distribuição Gumbel.



O quadro 4.4, apresenta os resultados para o cálculo do teste de aderência Kolmogorov-Smirnov, sendo que a coluna Real representa as proporções de cada um dos valores reais pelo maior valor, ou seja aquele observado no último período, e a coluna tgh(x) mostra as proporções dos valores estimados pela distribuição Tangente hiperbólica com o maior valor estimado, sendo no último período, e a coluna $|real - tgh|$

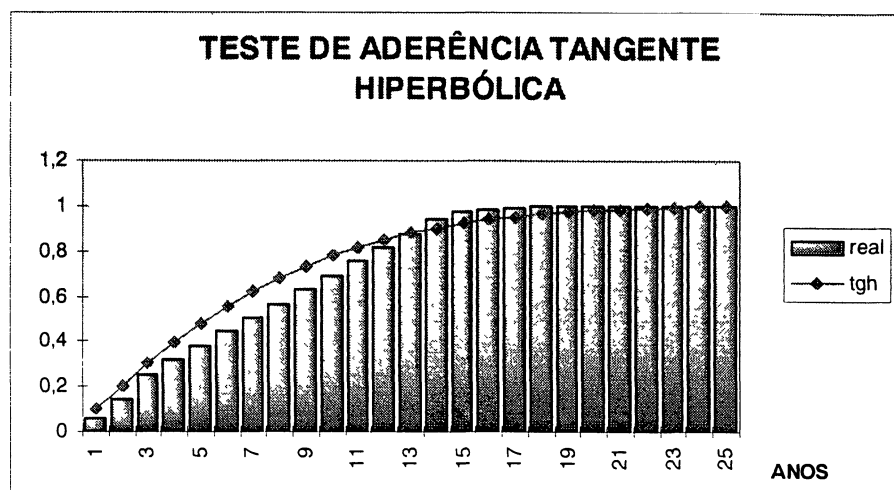
O valor tabelado para o teste, com nível de significância 0,05, é 0,270 portanto a função ajustada pelo modelo matemático adere muito bem aos dados observados

QUADRO 4.4 - Cálculos intermediários e o resultado do teste de aderência Kolmogorov-Smirnov para a função tangente hiperbólica.

Anos	M(x)	Tgh	Real	Tgh(x)	real - tgh
1	1,73	3,09	0,06	0,10	0,04
2	3,98	6,11	0,14	0,20	0,06
3	7,20	9,02	0,25	0,30	0,05
4	8,95	11,75	0,32	0,39	0,07
5	10,71	14,28	0,38	0,48	0,10
6	12,46	16,57	0,44	0,55	0,11
7	14,22	18,63	0,50	0,62	0,12
8	15,97	20,45	0,57	0,68	0,12
9	17,73	22,03	0,63	0,73	0,11
10	19,48	23,39	0,69	0,78	0,09
11	21,24	24,56	0,75	0,82	0,07
12	22,99	25,55	0,81	0,85	0,04
13	24,75	26,39	0,88	0,88	0,00
14	26,50	27,09	0,94	0,90	0,04
15	27,38	27,67	0,97	0,92	0,05
16	27,82	28,16	0,99	0,94	0,05
17	28,04	28,56	0,99	0,95	0,04
18	28,15	28,89	1,00	0,96	0,03
19	28,20	29,16	1,00	0,97	0,03
20	28,23	29,39	1,00	0,98	0,02
21	28,23	29,57	1,00	0,98	0,02
22	28,24	29,73	1,00	0,99	0,01
23	28,24	29,85	1,00	0,99	0,01
24	28,24	29,95	1,00	1,00	0,00
25	28,24	30,03	1,00	1,00	0,00
Resultado do teste					0,11687454

O gráfico 4.3 mostra os valores observados e os valores estimados usando o no modelo matemático a função tangente hiperbólica.

GRÁFICO 4.3 - Comparação entre os valores observados e os valores estimados pela distribuição Tangente hiperbólica.



4.3. RESULTADOS DO TESTE QUI-QUADRADO

Para o teste Qui-quadrado precisamos calcular as estatísticas

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(o_j - e_j)^2}{e_j}$$
, na coluna "Teste qui-quadrado", encontram-se os valores calculados com a média das alturas (o_j), e os valores estimados pela função Gumbel (e_j).

TESTE DE QUI-QUADRADO PARA FUNÇÃO GUMBEL

O quadro 4.5 apresenta os valores médios ($M(x)$), os valores ajustados pela função Gumbel e na coluna Qui quadrado são os resultados feitos para o teste qui quadrado usando como função ajustada a função Gumbel.

QUADRO 4.5 - Resultados para o cálculo do teste de aderência Qui-quadrado para a função Gumbel.

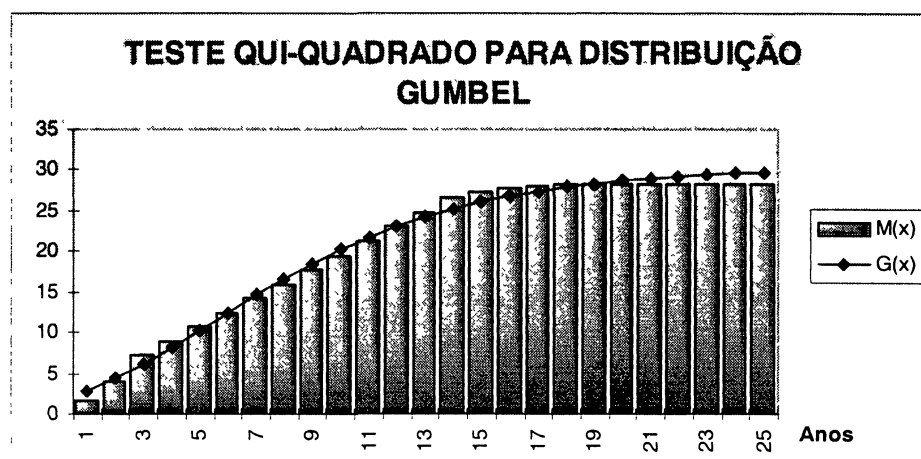
Anos	M(x)	G(x)	Teste qui
1	1,73	2,88	0,46
2	3,98	4,37	0,03
3	7,20	6,15	0,18
4	8,95	8,16	0,08
5	10,71	10,30	0,02
6	12,46	12,47	0,00
7	14,22	14,59	0,01
8	15,97	16,62	0,03
9	17,73	18,49	0,03
10	19,48	20,19	0,02
11	21,24	21,70	0,01
12	22,99	23,04	0,00
13	24,75	24,20	0,01
14	26,50	25,19	0,07
15	27,38	26,05	0,07
16	27,82	26,77	0,04
17	28,04	27,38	0,02
18	28,15	27,89	0,00
19	28,20	28,32	0,00
20	28,23	28,68	0,01
21	28,23	28,98	0,02
22	28,24	29,23	0,03
23	28,24	29,44	0,05
24	28,24	29,61	0,06
25	28,24	29,75	0,08
Resultado do teste			1.320511625

Para $\chi^2_{21}(0,95)=32,67056$, portanto o ajustamento é bom pois $1,32 < 32,67056$.

Para $\chi^2_{21}(0,05)= 11,59132$, o ajustamento realmente é bom pois $1,32 < 11,59132$.

Como os dois valores estão dentro da região de aceitação do teste conclui-se que o ajuste do modelo matemático pela função Gumbel é muito bom. Pelo gráfico 4.4 podemos observar que as diferenças entre os valores observados e a linha de tendência da função Gumbel é pequena.

GRÁFICO 4.4 - Comparação entre os valores observados e os valores estimados pela distribuição Gumbel.



TESTE DE QUI-QUADRADO PARA FUNÇÃO TANGENTE HIPERBÓLICA

Para o teste Qui-quadrado precisamos calcular as estatísticas

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(o_j - e_j)^2}{e_j}.$$

Na coluna "Teste qui-quadrado", encontram-se os valores

calculados com a média das alturas (o_j), e os valores estimados pela função Tangente hiperbólica (e_j).

QUADRO 4.6 - Cálculo do teste de aderência Qui-quadrado para a função tangente hiperbólica.

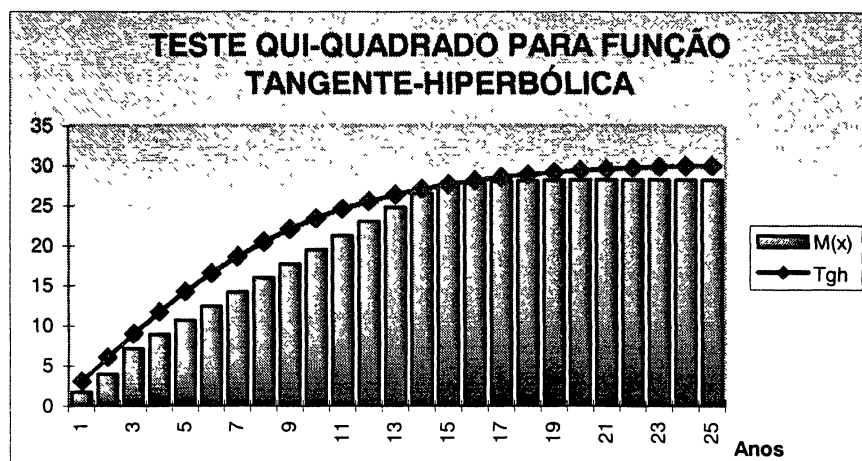
Anos	M(x)	Tgh	Teste qui-quadrado
1	1,7	3,1	0,60
2	4,0	6,1	0,74
3	7,2	9,0	0,37
4	9,0	11,7	0,67
5	10,7	14,3	0,89
6	12,5	16,6	1,02
7	14,2	18,6	1,05
8	16,0	20,4	0,98
9	17,7	22,0	0,84
10	19,5	23,4	0,66
11	21,2	24,6	0,45
12	23,0	25,6	0,26
13	24,7	26,4	0,10
14	26,5	27,1	0,01
15	27,4	27,7	0,00
16	27,8	28,2	0,00
17	28,0	28,6	0,01
18	28,1	28,9	0,02
19	28,2	29,2	0,03
20	28,2	29,4	0,05
21	28,2	29,6	0,06
22	28,2	29,7	0,07
23	28,2	29,8	0,09
24	28,2	30,0	0,10
25	28,2	30,0	0,11
Resultado do teste			9,176302339

Para $\chi^2_{22}(0,95)=33,92446$, portanto o ajustamento é bom pois $9,17 < 33,92446$.

Para $\chi^2_{22}(0,05)= 12,338001$, o ajustamento realmente é bom pois $9,17 < 12,338001$.

Como os dois valores estão dentro da região de aceitação do teste, conclui-se que o ajuste do modelo matemático pela função Tangente hiperbólica é muito bom. Pelo gráfico 4.5 podemos observar que as diferenças entre os valores observados e a linha de tendência da função Tangente hiperbólica é pequena.

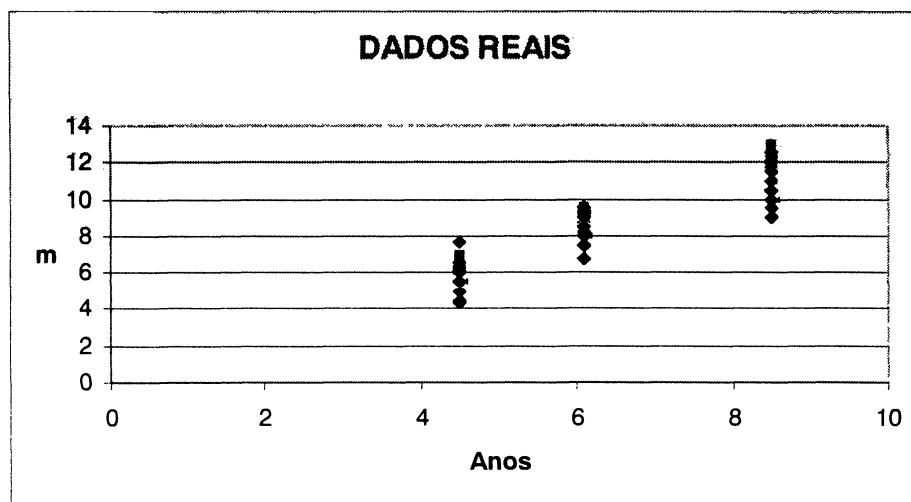
GRÁFICO 4.5 - Comparação entre os valores observados e os valores estimados pela distribuição Tangente hiperbólica.



4.4. RESULTADOS DOS AJUSTES COM OS DADOS REAIS

Os valores observados (apêndice 6) são dados pelo gráfico abaixo.

GRÁFICO 4.6 - Gráfico dos dados reais, vinte medições durante três etapas.



Com os dados observados foi realizada a interpolação (apêndice 6) para mais dois anos. Em seguida foi realizado o ajuste pelas funções Gumbel e Tangente-hiperbólica, aos dados reais juntamente com os dados interpolados.

Os parâmetros das funções Gumbel e Tangente hiperbólica são os seguintes:

Função	Parâmetro a	Parâmetro b	Altura máxima
Gumbel	0,1752	5,3706	18,9994
Tangente Hiperbólica	0,1208	-	19,0152

Portanto a função Gumbel ajustada pelo método de Newton com iterações sucessivas, e com os dados reais seria da seguinte forma:

Função Gumbel

$$f(x) = 18,9994e^{-e^{0,1752(x-5,3706)}}$$

E a função Tangente hiperbólica ajustada pelo método de Newton com iterações sucessivas, e com os dados reais seria da seguinte forma:

Função Tangente-Hiperbólica

$$f(x) = 19,0152tgh(0,1208x)$$

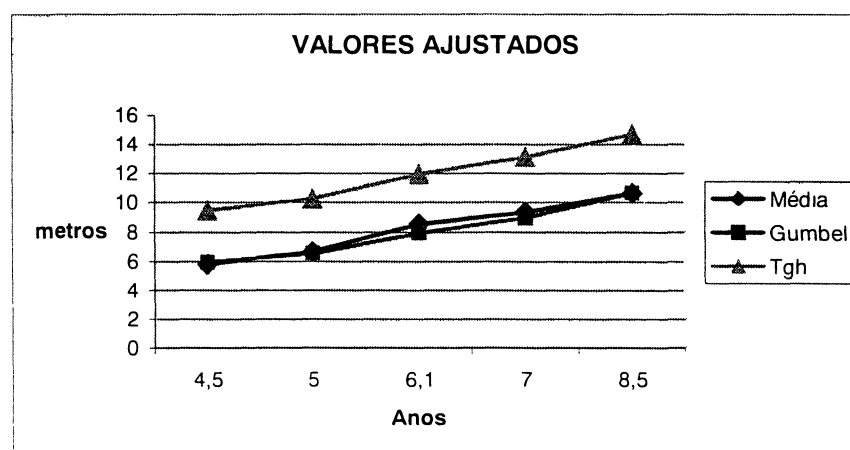
O quadro 4.7 apresenta os valores médios das alturas (reais) observadas (M(x)), os valores ajustados pelo modelo matemático apresentado acima para as funções Gumbel (G(x)) e Tangente hiperbólica (Tgh(x)), estimados para os períodos de 4,5 a 8,5 anos. Estes dados serão utilizados para o cálculo dos testes de aderência, Kolmogorov-Smirnov e Qui-quadrado, pelos métodos numérico e gráfico.

QUADRO 4.7 - Valores médios, valores ajustados pelas funções Gumbel e Tangente-hiperbólica e valores previstos até 25 anos de planejamento.

Anos	Média	Gumbel	Tgh
4,5	5,805	5,92767	9,4442
5	6,6432	6,53599	10,286
6,1	8,5	7,88033	11,95
7	9,3307	8,95979	13,122
8,5	10,625	10,6596	14,72
10		12,1828	15,929
11		13,0847	16,555
12		13,893	17,063
13		14,6097	17,472
14		15,2398	17,8
15		15,7895	18,062
16		16,2662	18,27
17		16,6773	18,435
18		17,0304	18,566
19		17,3325	18,669
20		17,5902	18,751
21		17,8094	18,815
22		17,9955	18,866
23		18,1532	18,905
24		18,2866	18,937
25		18,3993	18,961

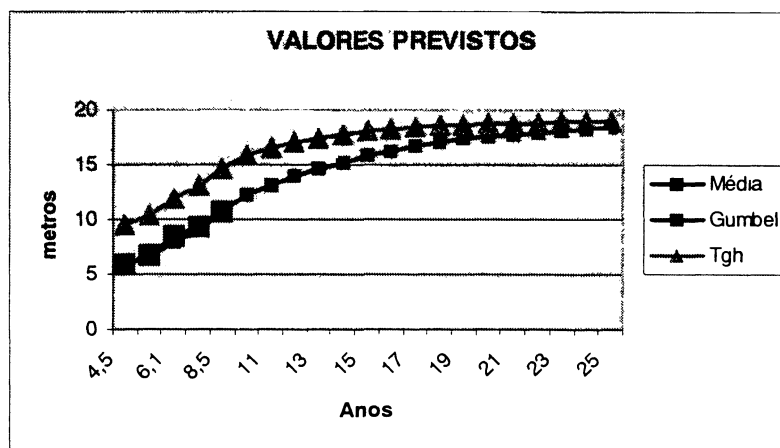
Os dados referentes à altura média ($M(x)$), e os valores ajustados pelas funções Gumbel e Tangente hiperbólica, usando o modelo matemático proposto por este trabalho estão plotados no gráfico 4.7, e podemos compará-los em termos de aderência com os dados observados.

GRÁFICO 4.7 - Gráfico da média dos valores observados, com as interpolações para mais dois anos e o ajuste da função Gumbel e Tangente-hiperbólica.



Tendo os parâmetros das funções ajustados podemos fazer previsões para os anos seguintes, como mostra o gráfico 4.8.

GRÁFICO 4.8 - Valores previstos segundo as funções Gumbel e Tangente-hiperbólica até 25 anos de horizonte de planejamento.



Mesmo com poucos dados amostrais, após o ajuste das funções as previsões ficaram muito próximas dos dados reais.

4.5. RESULTADOS DA FUNÇÃO POLINOMIAL PARA OS DADOS REAIS

Os resultados para os parâmetros do ajuste da função polinomial, para os dados de 4,5 a 8,5 anos, pelo Método dos Mínimos quadrados, usando o software CurveExpert1.6 são o seguinte:

4th Degree Polynomial Fit: $y=a+bx+cx^2+dx^3+ex^4$

Coefficient Data:

a = 0.00021208633

b = -2.1463104

c = 1.5494034

d = -0.21999694

e = 0.0099664721

A função polinomial de ordem 4 ficou da seguinte forma:

$$f(x) = 0,0099664721x^4 - 0,21999694x^3 + 1,5494034x^2 - 2,1463104x + 0,00021208633$$

O quadro 4.8 mostra os valores ajustados pela função polinomial no período de 4,5 a 8,5 anos e as previsões para o período de 10 a 25 anos.

QUADRO 4.8.- Valores ajustados pela função polinomial de ordem 4.

anos	Valores ajustados	Média
4,5	5,7568894	5,805
5	6,7331726	6,643225
6,1	8,4253125	8,5
7	9,367355	9,330685
8,5	10,620956	10,625
10	13,145229	
11	16,9718	
12	23,86863	
13	35,266484	
14	52,835322	
15	78,484299	
16	114,36177	
17	162,85527	
18	226,59155	
19	308,43654	
20	411,49538	
21	539,11239	
22	694,8711	
23	882,59422	
24	1106,3437	

Os valores estimados pela função polinomial extrapolaram os valores reais para a altura máxima que se tem ao final de 30 anos, que é normalmente de 25 a 30 metros.

4.6. RESULTADOS DO AJUSTE COM A ALTURA MÁXIMA (H) FIXADA PELO USUÁRIO.

Caso não se consiga observações de vários anos, os resultados das estimativas para os anos finais do horizonte de planejamento podem ser estimados abaixo do que se tem conhecimento na Engenharia Florestal.

Para sanar este problema propomos que o usuário, normalmente um engenheiro florestal, ao fazer uso do modelo e conseqüentemente do programa H-

Árvore fixe o valor da altura máxima a ser atingida, pois este normalmente tem conhecimento desta altura para as várias espécies de árvores em determinadas regiões e esta altura máxima será a assíntota para o processo de otimização.

O programa computacional possui esta possibilidade de fixar o h e não de ser determinado através da regressão pelo método dos mínimos quadrados como feito nos exemplos anteriores. Depois de fixado o h o procedimento para a determinação dos parâmetros das funções Gumbel e Tangente-hiperbólica será o mesmo. Sendo que ao final da determinação dos parâmetros das funções o h é também ajustado pelo modelo.

Os parâmetros das funções Gumbel e Tangente-hiperbólica para o caso de se fixar o h em 25 m e considerando os dados reais (apêndice 6), são os seguintes:

Função	Parâmetro a	Parâmetro b	Altura máxima
Gumbel	0,1328	7,0629	24,9917
Tangente Hiperbólica	0,1163	-	25

Portanto a função Gumbel ajustada pelo método de Newton com iterações sucessivas, com h fixado em 25m e com os dados reais seria da seguinte forma:

Função Gumbel

$$f(x) = 24,9917e^{-e^{0,1328(x-7,0629)}}$$

E a função Tangente hiperbólica ajustada pelo método de Newton com iterações sucessivas, com h fixado em 25m, e com os dados reais seria da seguinte forma:

Função Tangente-Hiperbólica

$$f(x) = 25 \operatorname{tgh}(0,1163x)$$

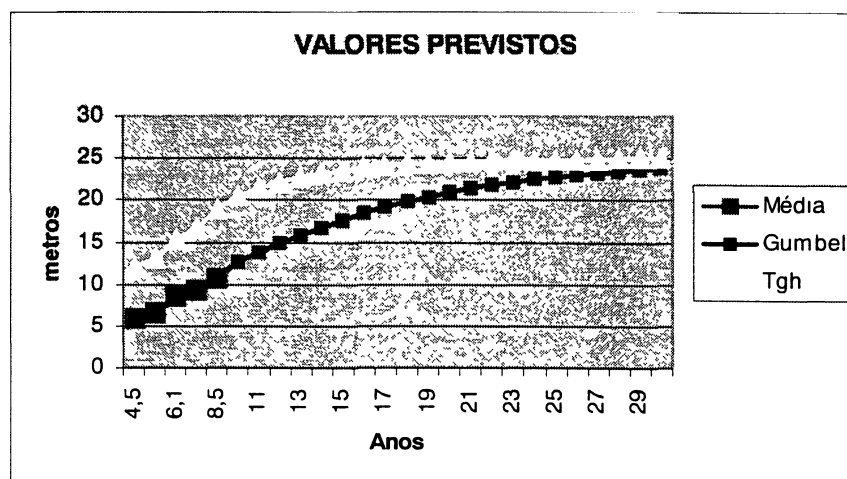
O quadro 4.9 apresenta os valores médios das alturas (reais) observadas ($M(x)$), os valores ajustados pelo modelo matemático apresentado acima para as funções Gumbel ($G(x)$) e Tangente hiperbólica ($Tgh(x)$), estimados para os períodos de 4,5 a 30 anos.

QUADRO 4.9.- Valores reais médios e estimativas das alturas pela função Gumbel e Tangente-hiperbólica

anos	Média	Gumbel	Tgh
4,5	5,805	6,12942	12,007
5	6,6432	6,7086	13,094
6,1	8,5	8,02158	15,258
7	9,3307	9,11714	16,796
8,5	10,625	10,9385	18,919
10		12,6989	20,55
11		13,8144	21,407
12		14,8714	22,11
13		15,8631	22,682
14		16,7856	23,145
15		17,6374	23,519
16		18,4186	23,819
17		19,1311	24,059
18		19,7775	24,252
19		20,3615	24,405
20		20,887	24,527
21		21,3583	24,625
22		21,7797	24,702
23		22,1555	24,764
24		22,4899	24,813
25		22,7868	24,851
26		23,0501	24,882
27		23,2831	24,907
28		23,489	24,926
29		23,6709	24,941
30		23,8312	24,953

O gráfico 4.9 mostra os dados médios reais e os valores ajustados para o h fixado em 25m.

GRÁFICO 4.14 - Valores reais médios e valores estimados para as funções Gumbel e Tangente-hiperbólica.



Os parâmetros das funções Gumbel e Tangente-hiperbólica para o caso de se fixar o h em 30 m e considerando os dados reais (apêndice 6), são os seguintes:

Função	Parâmetro a	Parâmetro b	Altura máxima
Gumbel	0,0941	8,9685	29,9478
Tangente Hiperbólica	0,1005	-	30

Portanto a função Gumbel ajustada pelo método de Newton com iterações sucessivas, com h fixado em 30m e com os dados reais seria da seguinte forma:

Função Gumbel

$$f(x) = 29,9478e^{-e^{0,0941(x-8,9685)}}$$

E a função Tangente hiperbólica ajustada pelo método de Newton com iterações sucessivas, com h fixado em 25m, e com os dados reais seria da seguinte forma:

Função Tangente-Hiperbólica

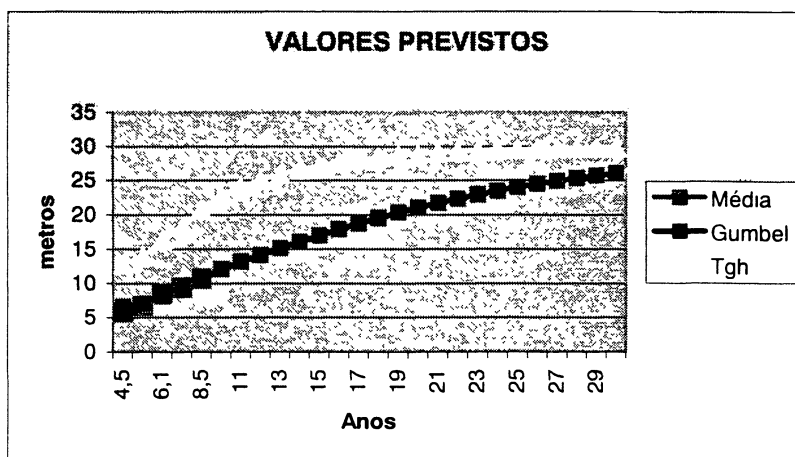
$$f(x) = 30 \operatorname{tgh}(0,1005x)$$

O quadro 4.10 e o gráfico 4.10 apresentam os valores médios das alturas (reais) observadas ($M(x)$), os valores ajustados pelo modelo matemático apresentado acima para as funções Gumbel ($G(x)$) e Tangente hiperbólica ($Tgh(x)$), estimados para os períodos de 4,5 a 30 anos.

QUADRO 4.10.- Valores reais médios e estimativas das alturas pela função Gumbel e Tangente-hiperbólica

Anos	Média	Gumbel	Tgh
4,5	5,805	6,53227	12,712
5	6,6432	7,0058	13,922
6,1	8,5	8,08159	16,388
7	9,3307	8,98857	18,198
8,5	10,625	10,5316	20,798
10		12,0849	22,911
11		13,1111	24,074
12		14,1207	25,064
13		15,107	25,902
14		16,0645	26,606
15		16,9887	27,195
16		17,8761	27,686
17		18,724	28,094
18		19,5306	28,432
19		20,295	28,711
20		21,0167	28,942
21		21,6958	29,132
22		22,3331	29,288
23		22,9294	29,416
24		23,4859	29,522
25		24,0042	29,608
26		24,4859	29,679
27		24,9327	29,737
28		25,3465	29,785
29		25,7291	29,824
30		26,0823	29,856

GRÁFICO 4.10 - Valores reais médios e valores estimados para as funções Gumbel e Tangente-hiperbólica.



CAPÍTULO 5

COMENTÁRIOS FINAIS E CONCLUSÃO

A proposta deste trabalho foi apresentar modelos estatísticos de previsão para determinar funções que descrevessem bem o crescimento florestal, e compará-las com a função polinomial de quarta ordem.

Foi apresentado o estimador de máxima Verossimilhança em conjunto com o Método de Otimização de Newton, tendo em vista que a árvore tem um comportamento não-linear de crescimento e a estimativa dos parâmetros não são de forma direta.

As funções estudadas, Gumbel e Tangente-hiperbólica se mostraram apropriadas para o cenário florestal. Na aplicação com os dados reais após análise gráfica dos dados pode-se concluir que o ajuste da função Gumbel mostra resultados mais apropriados.

Após a determinação dos parâmetros foi possível de se fazer previsões para os próximos anos, e também as funções podem ser ajustadas novamente para cada nova medição que seja feita no talhão nos anos seguintes, atualizando os parâmetros e conseqüentemente as previsões para os próximos anos, aumentando assim a eficiência das estimativas.

O trabalho apresentou ainda a interpolação de dados, para sanar o problema da escassez de dados que existe no setor florestal, conseguindo assim com poucos dados previsões confiáveis para os anos subsequentes.

O sistema de computador H-árvore se mostrou muito prático na determinação dos parâmetros das funções pois realiza o processo de forma iterativa e como os dados de entrada são os valores de altura nos diversos anos, facilita

muito o trabalho do gerente florestal. Pode ser utilizado como medida alternativa o diâmetro das árvores na consideração do Planejamento Florestal.

No ajuste feito pela função polinomial de ordem quatro, para a comparação com as outras duas, não se conseguiu boas previsões, pois como havia poucos dados de entrada a função polinomial de ordem quatro estimada apresenta a concavidade voltada para cima e a função tendendo para o infinito gerando previsões absurdas.

Após análise dos dados e testes estatísticos observados nas duas aplicações, os resultados apontaram para a indicação das estimativas pelas funções Gumbel e Tangente-hiperbólica, com vantagem para a primeira como a função apropriada para refletir o cenário florestal.

A metodologia desenvolvida permite ao administrador florestal uma ação imediata nas etapas intermediárias do processo, caso venha a diagnosticar um crescimento lento com projeção de mais anos para atingir o tamanho de corte e assim evitar prejuízos futuros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARCE, J. E., GOMES, F. S., SANQUETA, C. R. e CRUZ, E. C. **Utilização dos processos de difusão na avaliação e simulação precoce do crescimento de povoamentos de Pinus taeda L. (2000)** In: 2º Encontro de Planejamento Florestal. EMBRAPA – CNPF, Curitiba: Anais: 278-291.

ARCE, J. E.. **Um sistema de análise, simulação e otimização do sortimento florestal em função da demanda por multiprodutos e dos custos de transporte.** Tese de doutorado, Universidade Federal do Paraná (2000).

BAZARAA, M; SHETTY, C. M. **Nonlinear programming – theory and algoritmos.** Nova York: John Wiley and Sons, 1979.

BAILEY, R. L. & DELL, T. R. **Quantifying diameter distribution with the weibull function.** Forest Science, Peking, 19(2): 97-104, junho 1974.

BEM-AKIVA, M & LERMAN, S. R. **Discrete Choice Analysis**, The Mit Press, 1989.

BLISS, C.I.; REINKER, K.A. **A lognormal approach to diameter distribution in even aged stands.** Forest Science. V. 10, n. 3, p. 350-360, 1964.

CARNIERI, C., GAVINHO, L., MAESTRI, R.. **Um Sistema de Planejamento Florestal.** In: 2º Encontro de Planejamento Florestal. EMBRAPA – CNPF, Curitiba: Anais: 333-346.

CARNIERI, C.. **Planejamento florestal otimizado via redes de manejo.** Tese de doutorado, Universidade de Campinas (1989).

CLUTTER, J. L.; BENNETT, F.A. **Diameter distribution in old field slash pine plantation.** S. 1. Georgia Forestry Resource Council, n. 13, 1965.

CONOVER, W. J., 1971. **Practical Nonparametric Statistics.** Nova York. John Wiley & Sons.

COUTO, H.T.Z. **Distribuição de diâmetros em plantações de Pinus caribaea Marelet var. caribaea**. Piracicaba, 1980. Tese (Livre Docência). Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Universidade de São Paulo.

DEADMAN M. W. & GOULDING C. J. 1978. **A method for assessment of recoverable volume by log types**. N. Z. Forest Science 9(2): 225-318p.

DENNIS, J. E.; SCHNABEL, R. B. **Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations**. Englewood Cliffs, Prentice Hal, 1983.

DORVLO, A S. S. **Estimating Wind speed distribution**. Energy Conversion & Management. 43 (2002) 2311–2318.

DYKSTRA, D. P. 1984. **Mathematical programming for natural resource management**. MacGraw Hill Book Co. New York. 318p.

EMERENCIANO, D. B., **Avaliação de Métodos de Prognose da Altura Aplicados em Pinus elliottii da Floresta Nacional de Capão Bonito – SP**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, 1981, 128p.

FERNANDES, N. P. **Estudo de crescimento e cálculo de idade de rotação para o manejo da produção florestal para as espécies *Carapa guianensis* Aubl. E *Calophyllum angulare* A. C. Smith**. Dissertação de mestrado do Curso de Pós-Graduação em manejo Florestal do Instituto Nacional de Pesquisas da Amazônia – INPA, 1985.

GLADE, J. E. **Prognose de volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden**. Curitiba, 1986. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais). Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná.

HAFLEY, W. L., SMITH, W. D. & BUFORD, M. A. **A new preyield prediction model for unthinned loblolly pine plantations**. Technical report Bioeconomic

Modeling Project Southern Forest Research of Forest Resources North Carolina State University, NC, 1982.

HAFLEY, W. L.; SCHREUDER, H. T. **Statistical distribution for fitting diameter and height data in even-aged stand.** Canadian Journal of Forest Research. V.7, p. 481-487, 1977.

HOSOKAWA, R. T. **Funções de forma e o planejamento da produção florestal.** In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 5. O uso de funções em estudo de Volumetria de Espécies Florestais. Curitiba, Anais...Curitiba, EMBRAPA/CNPQ. P.7-14, 1982.

HOSOKAWA, R. T. ; MENDES, J. B. **Planejamento Florestal.** Revista Árvore, v. 15, n. 1,2, p. 4-7, 1984.

HUSH, B. **Forest Mensuration.** The Ronald Press Co. – N. Y. – 2ª ed., 1972.

LASDON, L. S. **Nonlinear programming: algorithms, applications, software and comparisons.** In Numerical Optimization 1984, Philadelphia, P. T. Boggs, R. H. Byrd and R. B. Schnabel (editors), SIAM Publications, 1985.

MACHADO, S. A. **Estudo das funções de distribuição diamétrica das árvores desbastadas em plantações de Pinus taeda no Estado do Paraná.** IN: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO (6.: 1990: Campos do Jordão) ANAIS. Campos do Jordão, SBS, p. 357-361, 1990.

MARGALEF, R. **Ecologia.** Edições Omega, S. A. Rosário –Barcelona, 1974.

NELSON, T. C. **Diameter distribution and growth of loblolly pine.** Forest Science, v. 10, n. 1, p. 105-114, 1964.

NEWBERRY, J. D.. 1984. **Methods for modeling whole stem diameter growth and taper**. Ph.D. Dissertation. Virginia Polytechnical Institute and State University Blacksburg, VA.

OLIVEIRA, E.. B. de. 1995. **Um sistema computadorizado de prognose do crescimento e produção de *Pinus taeda* L., com critérios quantitativos para avaliação técnica e econômica de regimes de manejo**. Tese (Doutorado em Ciências Florestais). Universidade Federal do Paraná. 134p.

OLIVEIRA, E. B. de; MACHADO, S A; FIGUEIREDO , Afonso F.. **Sistema de simulação e análise econômica de regimes de manejo de *Pinus taeda* L.** Revista Árvore, Viçosa-MG, v. 22, n. 1, p. 99-111, 1998.

ROSS, S. M. **Introduction to probability and statistics for engineers and scientists**. Wiley series in probability and mathematical statistics, 1987.

SANQUETA, C. R., 1996. **Fundamentos biométricos dos modelos de simulação florestal**. FUPEF – Série didática Nº 08. Brasil. 49p.

SCOLFORO, J. R.. **Sistema integrado para predição e análise presente e futura do crescimento e produção, com otimização de remuneração de capitais, para *pinus caribea* var. *Hondurensis***. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Paraná, 1990.

SHARMA, M. et al **A consistent system of equations for tree and stand volume**. Forest Ecology and Management 165 (2002) 183-191.

SIEGEL, S. **Estatística não-paramétrica (para as ciências do comportamento)**. Ed. McGraw-Hill

SILKER, M. **Estatística para Administração**. Editora Atlas, 2000.

SPIEGEL, M. R.. **Probabilidade e Estatística**; tradução de Alfredo Alves de Faria. São Paulo, McGraw-Hill do; 1978.

SPURR, S.H. **Forest inventory**. New York: The Ronald Co., 1952.

SULLIVAN, A. D. **Estimation of simultaneous forest growth and yield parameters from remeasured plot data**. Athens. Georgia. (Ph.D. Thesis) University of Georgia, 1969.

TURNBULL, K. J. **Population dynamics in mixed forest stands**. Washington. (Ph.D. Thesis) University of Washington, 1963.

VIEIRA, S. e HOFFMANN, R.. **Análise De Regressão Uma Introdução à Econometria**

WHYTE, A. GRAHAM D. **Modelos de Crescimento e de Produção para Plantações Florestais**. Ciclo de palestras da EMBRAPA como parte integrante das atividades de consultoria junto ao CNPF, 1986.

YUE, S. **The Gumbel mixed model for flood frequency analysis**. Journal of Hydrology 226 (199) 88-100.

APÊNDICES

APÊNDICE 1:

DISTRIBUIÇÃO GUMBEL

A distribuição conjunta da função Gumbel é dada por

$$F(\varepsilon) = \exp\left[-e^{-\mu(\varepsilon-n)}\right] \quad \mu > 0 \quad (3.11)$$

onde n é um parâmetro de locação e μ é um parâmetro escalar positivo.

A Função Gumbel possui as seguintes propriedades básicas.

1. a moda é n ;
2. a média é $n + \frac{\gamma}{\mu}$ onde γ é a constante de Euler ($\sim 0,577$);
3. a variância é $\frac{\pi^2}{6\mu^2}$;
4. Se ε tem distribuição Gumbel com parâmetros (n, μ) e V , e $\alpha > 0$ são constantes escalares quaisquer, então $\alpha\varepsilon + V$ tem distribuição Gumbel com parâmetros $\left(\alpha n + V, \frac{\mu}{\alpha}\right)$;
5. Se ε_1 e ε_2 são independentes com distribuição Gumbel com parâmetros (n_1, μ) e (n_2, μ) , respectivamente, então $\varepsilon^* = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ tem distribuição

logística.

$$F(\varepsilon^*) = \frac{1}{1 + e^{\mu(n_2 - n_1 - \varepsilon^*)}} \quad (3.12)$$

6. Se ε_1 e ε_2 tem distribuição Gumbel com parâmetros (n_1, μ) e (n_2, μ) , respectivamente, então:

$\text{Max}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ tem distribuição Gumbel com parâmetros

$$\left(\frac{1}{\mu} \ln(e^{\mu n_1} + e^{\mu n_2}), \mu\right)$$

7. Se $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_J)$ são variáveis aleatórias com distribuição Gumbel e J independentes com parâmetros $(n_1, \mu), (n_2, \mu), \dots, (n_J, \mu)$, respectivamente, então $\max(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_J)$ tem distribuição Gumbel com parâmetros:

$$\left(\frac{1}{\mu} \ln \sum_{j=1}^J e^{\mu n_j}, \mu \right).$$

As três primeiras propriedades são auto-explicativas. Elas descrevem a moda, a média e a variância da variável com distribuição Gumbel. A propriedade 4 simplesmente afirma que a distribuição Gumbel é preservada para transformações lineares. A propriedade 5 descreve a distribuição da diferença entre duas variáveis Gumbel independentes que tem o mesmo parâmetro escalar μ . A propriedade 5 juntamente com a 4 provém uma média direta da derivação do modelo logístico binário.

As propriedades 6 e 7 afirmam que o máximo das variáveis Gumbel independentes tem um parâmetro escalar comum se ele mesmo tem distribuição Gumbel.

O parâmetro de locação do máximo

$$\frac{1}{\mu} \ln \sum_{j=1}^J e^{\mu n_j}$$

iguais para o valor esperado menos uma constante $\left(\frac{\gamma}{\mu} \right)$.

APÊNDICE 2:

Algoritmo para programação em Delphi.

unit Arvore2,

interface

uses

Windows, Messages, SysUtils, Classes, Graphics, Controls, Forms, Dialogs,
StdCtrls, Buttons, ComCtrls, Tabnotbk, ExtCtrls, Math, ArvoreSolteira,

type

TForm_Sistema = class(TForm)

Panel2: TPanel,

TabbedNotebook1: TTabbedNotebook;

BitBtn1: TBitBtn,

BitBtn2: TBitBtn;

BitBtn3: TBitBtn,

BitBtn4: TBitBtn,

BitBtn5: TBitBtn;

Memo1: TMemo,

Panel1: TPanel,

Edit1: TEdit;

OpenDialog1: TOpenDialog,

Label1: TLabel;

Label2: TLabel;

Label3: TLabel;

Panel3: TPanel;

Memo2: TMemo;

Label4: TLabel;

Label5: TLabel;

Label6: TLabel;

Label7: TLabel;

Panel4: TPanel,

Label16: TLabel;

Label18: TLabel,

Label19: TLabel,

Edit2: TEdit,

Edit3: TEdit;

Edit4: TEdit;

Label27: TLabel,

Edit5: TEdit;

BitBtn7: TBitBtn;

BitBtn8: TBitBtn;

Label8: TLabel,

Edit6: TEdit;

BitBtn9: TBitBtn;

BitBtn10: TBitBtn,

```

    BitBtn13: TBitBtn,
    Label9: TLabel,
    Label10: TLabel;
    procedure BitBtn5Click(Sender: TObject);
    procedure BitBtn1Click(Sender: TObject);
    procedure BitBtn2Click(Sender: TObject);
    procedure BitBtn4Click(Sender: TObject);
    procedure BitBtn7Click(Sender: TObject);
    procedure BitBtn8Click(Sender: TObject);
    procedure BitBtn9Click(Sender: TObject);
    procedure BitBtn10Click(Sender: TObject);
    procedure Edit6Change(Sender: TObject);
private
    { Private declarations }
public
    { Public declarations }
end;

var
    Form_Sistema: TForm_Sistema,
    Arq1, Arq2           TextFile,
    i, j, r, Ytemp, Xrep, Datr      Word, {Variáveis contadoras}
    Vt0, Vt1, grad, Grad1         VetorTp,
    Texto                  String;
    InvHess, Hess          MatrizTp,
    Lambda                Real;
    F0A, F1A, F0B, F1B, erro      Real,
    IV : Boolean;
    VT, VTI                : Array[1..50] of Extended;
    MD                      : Array[1..50, 1..50] of extended;

implementation

uses EMult, Arvore1;

{$R *.DFM}

procedure TForm_Sistema.BitBtn5Click(Sender: TObject);
begin
    Form_Principal.show;
end;
procedure TForm_Sistema.BitBtn1Click(Sender: TObject);
var
    Aster      string[2];
    i, j      .Word;

begin
    TabbedNotebook1.PageIndex:=0,

```

```

If OpenFileDialog1.Execute then
  Begin
    FormEditorM.Editor1.Lines.LoadFromFile(OpenFileDialog1.FileName),
    FormEditorM.Edit1.Text := OpenFileDialog1.FileName,
    Edit1.Text := OpenFileDialog1.FileName,
    AssignFile(Arq1, OpenFileDialog1.FileName);
  try
    Reset(Arq1); ReadLn(Arq1, Aster);
    While (Aster <> '*1') and (not Eof(Arq1)) do ReadLn(Arq1, Aster);
    If Aster = '*1' then
      begin
        ReadLn(Arq1, Ytemp); Label6.Caption := IntToStr(Ytemp);
        for i := 1 to Ytemp do
          Begin
            Read(Arq1, VT[i]);
          end;
        ReadLn(Arq1);
        end else Label2.Caption := 'Dados dos tempos não encontrado ';
        ReadLn(Arq1, Aster);
        While (Aster <> '*2') and (not Eof(Arq1)) do ReadLn(Arq1, Aster);
        If Aster = '*2' then
          Begin
            ReadLn(Arq1); ReadLn(Arq1, Xrep); Label7.Caption := IntToStr(Xrep);
            for i := 1 to Ytemp do
              Begin
                For j := 1 to Xrep do Read(Arq1, MD[i, j]);
                ReadLn(Arq1);
              end;
            end else Label3.Caption := 'Matriz de Dados não encontrado.';
        CloseFile(Arq1);
      except
        CloseFile(Arq1);
        Label2.Caption := 'Existe erro no arquivo de dados.';
      end;
    end;
  end;
end;

procedure TForm_Sistema.BitBtn2Click(Sender: TObject);
begin
  FormEditorM.Show;
end;

procedure TForm_Sistema.BitBtn4Click(Sender: TObject);
begin
  CloseFile(Arq1);
end;

procedure TForm_Sistema.BitBtn7Click(Sender: TObject);
begin
  Memo2.Clear;
end;

```

```

//*****Calcula a,b - Gumbel *****
procedure TForm_Sistema BitBtn8Click(Sender: TObject),
Var
i,j,n, it :Word;
h, a, b, a1, b1, b2, b3, b4, b5, Norma Real,
teste . boolean,
a2, h2, h3, h4, h1, a3, a4, a5, f1, f2, f3, f4, f5 : real;

begin
Edit3.text:='0,5',
Edit4.text:='4';
// Trabalho com os parâmtros a e b.
TabbedNotebook1 PageIndex:=1,
// Condições iniciais
h:=strtofloat(edit2.text); a:=strtofloat(edit3.text),
b:=strtofloat(edit4.text), it:=strtoint(edit5.text),

Memo2.Lines.Add('Condições Iniciais h = '+Format('% 4f', [h])+' a = '+
Format('% 4f', [a])+' b = '+Format('% 4f', [b]));
a1:=a; b1:=b,

For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
F0A := F0A + power(MD[i,j]-(h*exp(-exp(-a*(vt[i]-b))))),2),
Memo2.Lines.add(''),
Memo2.Lines.Add('Função Inicial . : '+Format('% 4f', [F0A]));

For n:=1 to it do
begin
Teste := true;
While teste do
begin
for i:=1 to 3 do grad[i]:=0,
For i:=1 to 3 do for j = 1 to 3 do begin invhess[i,j] =0, hess[i,j].:=0, end,

// Processo iterativo - Cálculo do Vetor de parâmetros
//a, b
//      a b - a x          a b - a x
//      - ê      - a x + a b      2 - 2 ê      - a x + a b
//2 h m ê          (b - x) + 2 h ê          (x - b)
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
grad[1] := grad[1] + 2*h*md[i,j]*(b1-vt[i])*exp(-exp(a1*(b1-vt[i]))-a1*vt[i]+
a1*b1) + 2*h*h*(vt[i]-b1)*Exp(-2*exp(a1*(b1-vt[i]))-a1*vt[i]+a1*b1);

//      a b - a x          a b - a x
//      - ê      - a x + a b      2 - 2 ê      - a x + a b
//2 a h m ê          - 2 a h ê
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
grad[2] := grad[2] + 2*a1*h*md[i,j]*exp(-exp(a1*(b1-vt[i]))-a1*vt[i]+a1*b1)-

```



```

2*a1*h*h*Exp(-2*exp(a1*(b1-vt[i]))-a1*vt[i]+a1*b1);

// Memo2.lines add("");
// Memo2.Lines.Add('Gradiente .. '+Format('% 4f, [Grad[1]])+' , '
// +Format('% 4f, [Grad[2]]));

// Matriz Hessiana
//aa
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
  Hess[1,1] := hess[1,1] + exp(-exp(a1*b1-a1*vt[i]))*(2*h*md[i,j]*
  exp(a1*b1-a1*vt[i])*power(vt[i]-b1,2)-2*h*md[i,j]*exp(2*a1*b1-2*a1*vt[i])*
  power(vt[i]-b1,2)) + exp(-2*exp(a1*b1-a1*vt[i]))*(4*h*h*exp(a1*b1-a1*vt[i])*
  power(vt[i]-b1,2)-2*h*h*exp(a1*b1-a1*vt[i])*power(vt[i]-b1,2));

//bb
// a b - a x          a b - a x
// - ê          2 a b - a x      2 a b - 2 a x      - 2 ê          2 2 2 a b - 2 a x      2 2 a b - a x
//ê          (2 a h m ê      - 2 a h m ê      ) + ê          (4 a h ê      - 2 a h ê      )
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
  Hess[2,2] := hess[2,2] + exp(-exp(a1*b1-a1*vt[i]))*(2*a1*a1*h*md[i,j]*
  exp(a1*b1-a1*vt[i])-2*a1*a1*h*md[i,j]*exp(2*a1*b1-2*a1*vt[i]))+
  exp(-2*exp(a1*b1-a1*vt[i]))*(4*a1*a1*h*h*exp(2*a1*b1-2*a1*vt[i])-
  2*a1*a1*h*h*exp(a1*b1-a1*vt[i])),
//ab
// a b - a x          a b - a x
// - 2 ê          2 a b - a x          2 2 a b - 2 a x      - ê          a b - a x          2 a b - 2 a x
//ê          (2 h ê      (a x - a b - 1) + 4 a h ê      (b - x)) - ê          (2 h m ê      (a x - a b - 1) + 2 a h m ê      (b -
x))
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
  Hess[1,2] := hess[1,2] + exp(-2*exp(a1*b1-a1*vt[i]))*(2*h*h*exp(a1*b1-a1*vt[i])
  *(a1*vt[i]-a1*b1-1)+4*a1*h*h*exp(2*a1*b1-2*a1*vt[i))*(b1-vt[i]))-
  exp(-exp(a1*b1-a1*vt[i]))*(2*h*md[i,j]*exp(a1*b1-a1*vt[i]))*(a1*vt[i]-a1*b1-1)
  +2*a1*h*md[i,j]*exp(2*a1*b1-2*a1*vt[i]))*(b1-vt[i]),

// For i:=1 to 2 do for j:=1 to 2 do Hess[i,j].:=Hess[i,j],
Hess[2,1].:=Hess[1,2];
//Mostra a Matriz Hessiana
Memo2.lines.add('Matriz Hessiana'),
// Memo2.Lines.Add(Format('% 4f, [hess[1,1]])+' '+Format('% 4f,[hess[1,2]]),
// Memo2.Lines.Add(Format('% 4f, [hess[2,1]])+' '+Format('% 4f,[hess[2,2]]));
for i:=1 to 2 do for j:=1 to 2 do Hess[i,j] :=-hess[i,j],
InvHess:=MatrizInverte(2,Hess);
// Memo2 lines add('Matriz InvHessiana');
// Memo2.Lines.Add(Format('% 4f, [invhess[1,1]])+' '+Format('% 4f,[invhess[1,2]]));
// Memo2 Lines.Add(Format('% 4f, [invhess[2,1]])+' '+Format('% 4f,[invhess[2,2]]));

Grad[1]:=Grad[1]*InvHess[1,1]+Grad[2]*InvHess[2,1],
Grad[1][2].:=Grad[1]*InvHess[1,2]+Grad[2]*InvHess[2,2];

```

```

a2:=0, a3:=0, a4:=0, f1:=0, f2:=0, f3:=0, f4:=0,
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
  F1:=F1+power(MD[i,j]-(h*exp(-exp(-a1*(vt[i]-b1))))),2);

a2:=a1+Grad1[1]*0.382; b2:=b1+Grad1[2]*0.382,
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
  F2:=F2+power(MD[i,j]-(h*exp(-exp(-a2*(vt[i]-b2))))),2);

a3:=a1+Grad1[1]*0.618, b3:=b1+Grad1[2]*0.618;
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
  F3:=F3+power(MD[i,j]-(h*exp(-exp(-a3*(vt[i]-b3))))),2),

a4:=a1+Grad1[1], b4:=b1+Grad1[2];
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
  F4:=F4+power(MD[i,j]-(h*exp(-exp(-a4*(vt[i]-b4))))),2),

a5:=a1+Grad1[1]*0.001; b5:=b1+Grad1[2]*0.001,
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
  F5:=F5+power(MD[i,j]-(h*exp(-exp(-a5*(vt[i]-b5))))),2),

  If (F1>=F2) and (F2>=F3) and (F3>=F4) then begin a1:=a3, b1:=b3, F1:=F3, end
Else if (F1>=F2) and (F2>=F3) and (F3<=F4) then begin a1:=a2; b1:=b2, F1:=F2, end
Else if (F1>=F2) and (F2<=F3) and (F3<=F4) then begin a1:=a5; b1:=b5; F1:=F5, end,
  Memo2.Lines.Add('Função .. ' + Format('% 4f', [F0a]) + ' ' + Format('% 4f', [F1])),
  Memo2.Lines.Add('Parâmetro a .... ' + Format('% 4f', [a1]) + ' * ' + Format('% 4f', [b1]));
If abs(f0a-f1)>erro then f0a:=f1 else teste:=false;
Edit3.text:=format('% 4f', [a1]),
Edit4.text:=Format('% 4f', [b1])

end,
// Teste := true, {Calcula o Valor da Altura} **** Gumbel *****
teste:=true;
while teste do
begin
  grad[3]:=0, hess[3,3]:=0,
  //h, a
  For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
    grad[3] = grad[3] + 2*h*exp(-2*exp(a1*b1-a1*vt[i]))-
      2*md[i,j]*exp(-exp(a1*b1-a1*vt[i])),

  For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
    Hess[3,3] = hess[3,3] + 2*exp(-2*exp(a1*b1-a1*vt[i]));

h2:=0; h3:=0; h4:=0, f1:=0, f2:=0, f3:=0; f4:=0;
Grad1[3]:=Grad[3]*(-1/Hess[3,3]),
h1:=h;
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
  F1:=F1+power(MD[i,j]-(h1*exp(-exp(-a1*(vt[i]-b1))))),2),
h2:=h1+Grad1[3]*0.382,

```

```

For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
  F2:=F2+power(MD[i,j]-(h2*exp(-exp(-a1*(vt[i]-b1))))),2),
  h3:=h1+Grad1[3]*0.618,
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
  F3:=F3+power(MD[i,j]-(h3*exp(-exp(-a3*(vt[i]-b3))))),2),
  h4:=h1+Grad1[3],
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
  F4:=F4+power(MD[i,j]-(h4*exp(-exp(-a1*(vt[i]-b1))))),2),

  If (F1>=F2) and (F2>=F3) and (F3>=F4) then begin h1:=h3, F1:=F3; end
Else if (F1>=F2) and (F2>=F3) and (F3<=F4) then begin h1:=h2, F1:=F2; end
Else if (F1>=F2) and (F2<=F3) and (F3<=F4) then begin h1:=(h1+h2)/10, F1:=0,
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
  F1:=F1+power(MD[i,j]-(h1*exp(-exp(-a1*(vt[i]-b1))))),2),
end;

Memo2.Lines.Add('Função '+Format('% 4f', [F0a])+' '+Format('% 4f', [F1]));
Memo2.Lines.Add('Altura . . '+Format('% 4f', [h1]));
If abs(f0a-f1)>erro then f0a:=f1 else teste:=false;
Edit2.text:=format('% 4f', [h1]),
end;
end;
end;

// ***** Tangente Hiperbólica *****
procedure TForm_Sistema.BitBtn9Click(Sender: TObject),
Var
i,j,n, it :Word;
h, h1, h2, h3, h4, f1, f2, f3, f4, f5, a, a1, a2, a3, a4, a5, alfa Real;
teste : boolean;
begin
Edit3.text:='1',

// Trabalho com os parâmetros a e b
TabbedNotebook1.PageIndex:=1,
// Condições iniciais
h:=strtofloat(edit2.text); a:=strtofloat(edit3.text),
it:=strtoint(edit5.text),

Memo2.Lines.Add('Condições Iniciais . h = '+Format('% 4f', [h])+' a = '+
Format('% 4f', [a])),
a1:=a; h1:=h,
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
  F0A := F0A + power(MD[i,j]-(h*tanh(a*vt[i])),2),
  Memo2.Lines.add("");
Memo2.Lines.Add('Função Inicial. .: '+Format('% 4f', [F0A]));
f1a:=0;

//Calcula o valor do Parâmetro A

```

```

for n:=1 to it do
begin

teste := true,
while teste do
begin
grad[2] :=0, hess[2,2]:=0;
// Processo iterativo - Cálculo do Vetor de parâmetros
// a

//      2 a x 2 a x
// 8 h x ê      (ê      (h - m) - h - m)
//-----
//      2 a x 3
//      (ê      + 1)
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
grad[2] := grad[2] + 8*h1*vt[i]*exp(2*a1*vt[i])*(exp(2*a1*vt[i])*
(h1-Md[i,j])-h1-Md[i,j])/Power(exp(2*a1*vt[i])+1,3),

// Matriz Hessiana
//bb
//      2 2 a x 4 a x      2 a x
// 16 h x ê      (ê      (h - m) - 4 h ê      + h + m)
//-----
//      2 a x 4
//      (ê      + 1)

For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
Hess[2,2] = hess[2,2] -(16*h1*vt[i]*vt[i]*exp(2*a1*vt[i])*
(exp(4*a1*vt[i])*(h1-md[i,j])-4*h1*exp(2*a1*vt[i])+ h1+md[i,j])/
(power(exp(2*a1*vt[i])+1,4));
Memo2.Lines.add("");
Memo2.Lines.Add('Gradiente ....: '+Format('% 4f', [Grad[2]])+' '+Format('% .4f', [Hess[2,2]]),

a2:=0, a3:=0, a4:=0; f1:=0, f2:=0; f3:=0, f4:=0,
Grad1[2]:=0.1*Grad[2]/Hess[2,2],
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do F1:=F1+power(MD[i,j]-(h1*tanh(a1*vt[i])),2);
a2:=a1+Grad1[2]*0.382;
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do F2:=F2+power(MD[i,j]-(h1*tanh(a2*vt[i])),2);
a3:=a1+Grad1[2]*0.618;
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do F3:=F3+power(MD[i,j]-(h1*tanh(a3*vt[i])),2);
a4:=a1+Grad1[2],
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do F4:=F4+power(MD[i,j]-(h1*tanh(a4*vt[i])),2);
a5:=a1+Grad1[2]*0.001;
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do F5:=F5+power(MD[i,j]-(h1*tanh(a5*vt[i])),2);

If (F1>=F2) and (F2>=F3) and (F3>=F4) then begin a1:=a3; F1:=F3; end
Else if (F1>=F2) and (F2>=F3) and (F3<=F4) then begin a1:=a2, F1:=F2; end
Else if (F1>=F2) and (F2<=F3) and (F3<=F4) then begin a1:=a5, F1:=F5, end;

```

```

Memo2.Lines.Add('Função . '+Format('% 4f', [F0a])+' '+Format('% 4f', [F1]));
Memo2.Lines.Add('Parâmetro a .. '+Format('% 4f', [a1])),
If abs(f0A-f1)>erro then f0a =f1 else teste:=false;
end;

// Teste := true, {Calcula o Valor da Altura}
while teste do
begin
grad[1]:=0, hess[1,1] =0,
// Processo iterativo - Cálculo do Vetor de parâmetros
//h, a

// 
$$\frac{4ax^2 - 2h\hat{e}^2 + h + m}{2(\hat{e}^2 + 1)}$$

For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
grad[1] := grad[1] + 2*(exp(4*a1*vt[i])*(h1-Md[i,j])-
2*h1*exp(2*a1*vt[i])+h1+md[i,j])/Power(exp(2*a1*vt[i])+1,2),

Memo2 lines.add("");
Memo2.Lines.Add('Gradiente ...: '+Format('% .4f', [Grad[1]])),

// Matriz Hessiana
//hh
// 
$$\frac{4ax^2 - 2h\hat{e}^2 + 1}{2(\hat{e}^2 + 1)}$$

For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do
Hess[1,1] := hess[1,1] + 2*(exp(4*a1*vt[i])-2*exp(2*a1*vt[i])+1)/
power(exp(2*a1*vt[i])+1,2),

h2:=0; h3:=0; h4:=0; f1:=0; f2:=0; f3:=0; f4:=0;
Grad1[1]:=Grad[1]*(-1/Hess[1,1]),
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do F1:=F1+power(MD[i,j]-(h1*tanh(a1*vt[i])),2),
h2:=h1+Grad1[1]*0.382,
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do F2:=F2+power(MD[i,j]-(h2*tanh(a1*vt[i])),2);
h3:=h1+Grad1[1]*0.618;
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do F3:=F3+power(MD[i,j]-(h3*tanh(a1*vt[i])),2),
h4:=h1+Grad1[1],
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do F4:=F4+power(MD[i,j]-(h4*tanh(a1*vt[i])),2),

If (F1>=F2) and (F2>=F3) and (F3>=F4) then begin h1:=h3, F1:=F3, end
Else if (F1>=F2) and (F2>=F3) and (F3<=F4) then begin h1:=h2, F1:=F2, end
Else if (F1>=F2) and (F2<=F3) and (F3<=F4) then begin h1:=(h1+h2)/10, F1:=0,

```

```
For i:=1 to YTemp do For j:=1 to XRep do F1:=F1+power(MD[i,j]-(h1*tanh(a1*vt[i])),2), end;
```

```

Memo2.Lines.Add('Função '+Format('% 4f', [F0a])+' '+Format('% 4f', [F1]));
Memo2.Lines.Add('Altura '+Format('% 4f', [h1]));
If abs(f0a-f1)>erro then f0a:=f1 else teste:=false,
end;
h:=h1; F0a:=f1;
Edit2.text:=Format('% 4f', [h]);
Memo2.Lines.Add('Parâmetro a .. '+Format('% .4f', [a1]));
Memo2.Lines.Add('Altura ... '+Format('% .4f', [h1]));
Edit3.text:=format('% 4f', [a1]); Edit2.text:=format('% .4f', [h1]);
Edit4.text:='0';
end;
edit2.text:= Format('% .4f', [h1]),
edit3.text:= Format('% 4f', [a1]),
end;
```

```
//*****Ajustar Altura - Exponencial*****
```

```

procedure TForm_Sistema.BitBtn10Click(Sender: TObject);
Var
i,j,tm Word;
h, mx, my, alfa, alfa1, beta, sxx, syy, sxy Real;
Med : Array[1..50] of real;
Medln : Array[1..50] of real;
vtln : Array[1..50] of real;
begin
mx:=0; my:=0; sxx:=0; sxy:=0; syy:=0;
For i:=1 to ytemp do med[i]:=0;
For i:=1 to Ytemp do for j:=1 to Xrep do med[i]:=med[i]+md[i,j]/xrep;
For i:=1 to ytemp do begin vtln[i]:=ln(vt[i]), medln[i]:=med[i]; end;
For i:=1 to Ytemp do
begin mx:=mx+medln[i]/ytemp, my:=my+vtln[i]/ytemp; end;
For i:=1 to ytemp do
begin
syy:=syy+vtln[i]*vtln[i],
sxx:=sxx+medln[i]*medln[i];
sxy:=sxy+vtln[i]*medln[i],
end;
beta:=(sxy-ytemp*mx*my)/(sxx-ytemp*mx*mx);
alfa1:=my-beta*mx,
alfa:=exp(alfa1); beta:=exp(beta),
Memo2.Lines.Add('Alfa ... '+Format('% 4f', [alfa]));
Memo2.Lines.Add('Beta .. '+Format('% .4f', [beta]));
tm:=strtoint(edit6.text);
h:=ln(tm/alfa)/ln(beta);
Edit2.text:=Format('% 4f', [h]),
Memo2.Lines.Add('Altura... '+Format('% .4f', [h]));
end;
```

```

procedure TForm_Sistema Edit6Change(Sender TObject);
Var
i,j, tm Word;
h, mx, my, alfa, alfa1, beta, sxx, syy, sxy Real,
Med Array[1..50] of real;
Medln Array[1..50] of real,
vtln Array[1..50] of real,
begin

    // Condições iniciais
    mx:=0, my:=0, sxx:=0, sxy:=0, syy:=0,
    For i:=1 to ytemp do med[i]:=0,
    For i:=1 to Ytemp do for j:=1 to Xrep do
        med[i,j]:=med[i]+md[i,j]/xrep, {corresponde ao x}
    For i:=1 to ytemp do begin vtln[i]:= ln(vt[i]); medln[i]:= Ln(med[i]), end,
    For i:=1 to Ytemp do
        begin
            mx =mx + medln[i]/ytemp; my:=my + vtln[i]/ytemp;
        end,
    For i:=1 to ytemp do
        begin
            syy := syy + vtln[i]*vtln[i];
            sxx := sxx + medln[i]*medln[i];
            sxy := sxy + vtln[i]*medln[i],
        end;

    beta := (sxy-ytemp*mx*my)/(sxx-ytemp*mx*mx);
    alfa1:= my-beta*mx;
    alfa:=exp(alfa1);
    tm:=strtoint(edit6.text) ;
    h:=power(tm/alfa,1/beta),
    Edit2.text :=Format('% 4f', [h]);

end;

initialization
    Texto.=", Lambda:=0, IV :=True;
    Ytemp:=0, Xrep :=0, Datr :=3; erro:=0.001,
    For i:=1 to 50 do begin VTI[i]:=0; vt[i]:=0, end;
    For i:=1 to 50 do For j:=1 to 50 do MD[i, j].:=0,

end.

```

APÊNDICE 3

SOFTWARE CURVEEXPERT 1.3

As seguintes figuras referem-se ao programa CurveExpert 1.3, que faz ajustes de funções

FIGURA 3.1 - Programa Curve Expert 1.3

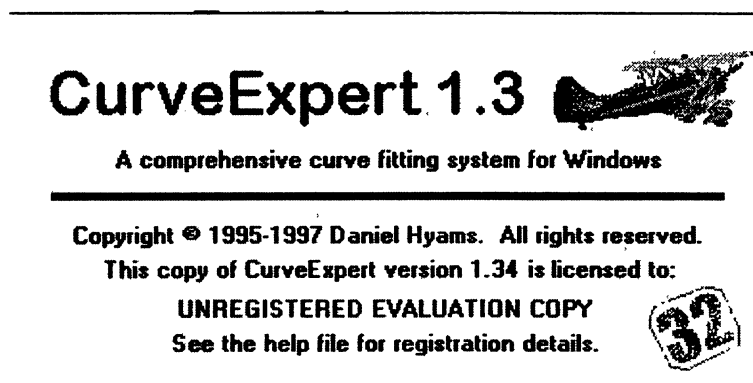


FIGURA 3.2 - Tela para entrada de pares de dados (x, y).

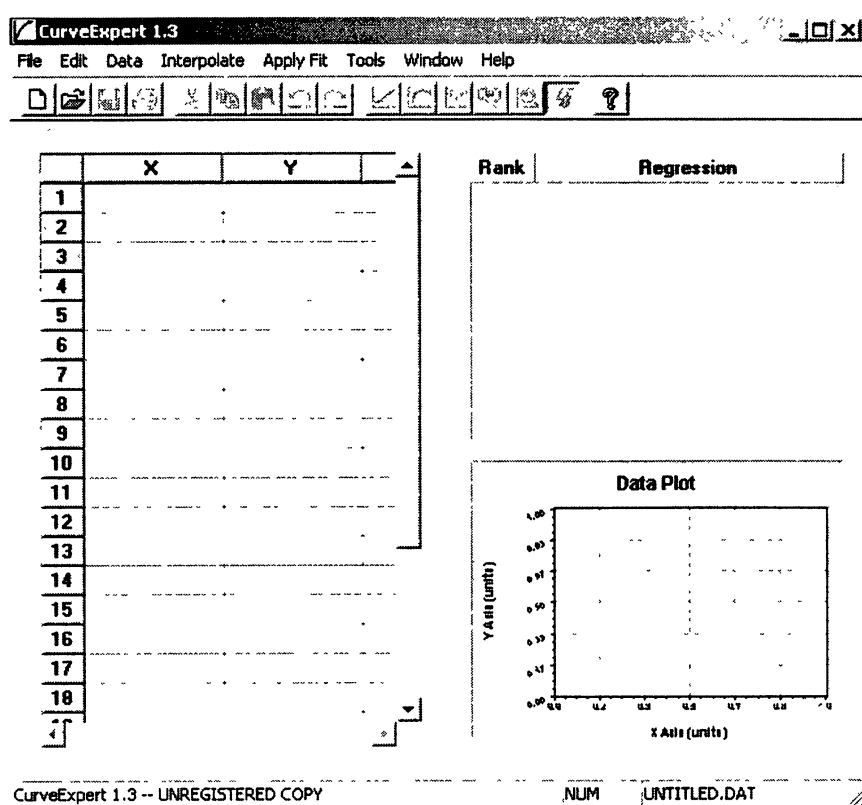
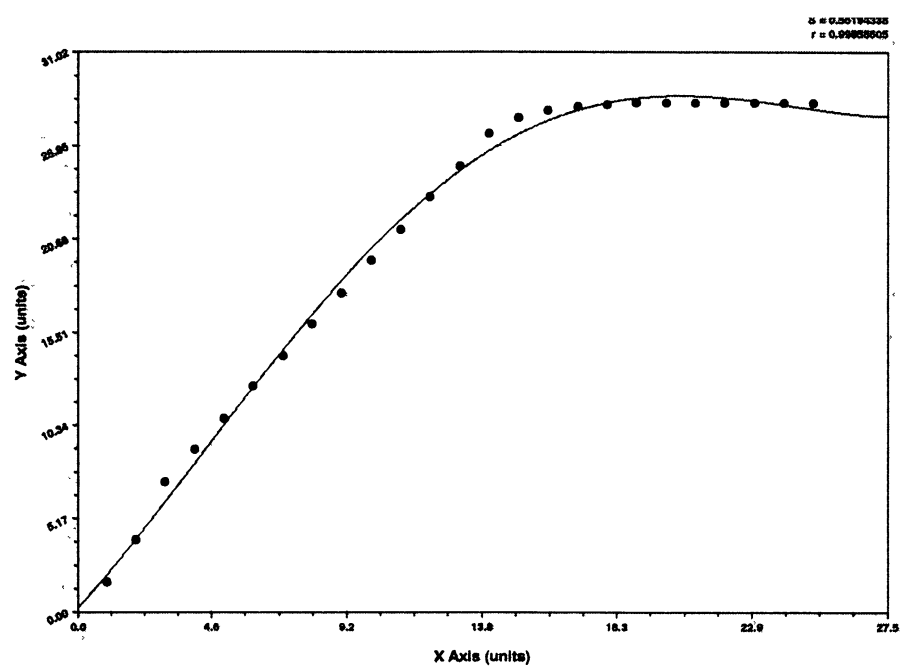


FIGURA 3.3 - Gráfico para a função ajustada



4th Degree Polynomial Fit: $y=a+bx+cx^2+dx^3...$

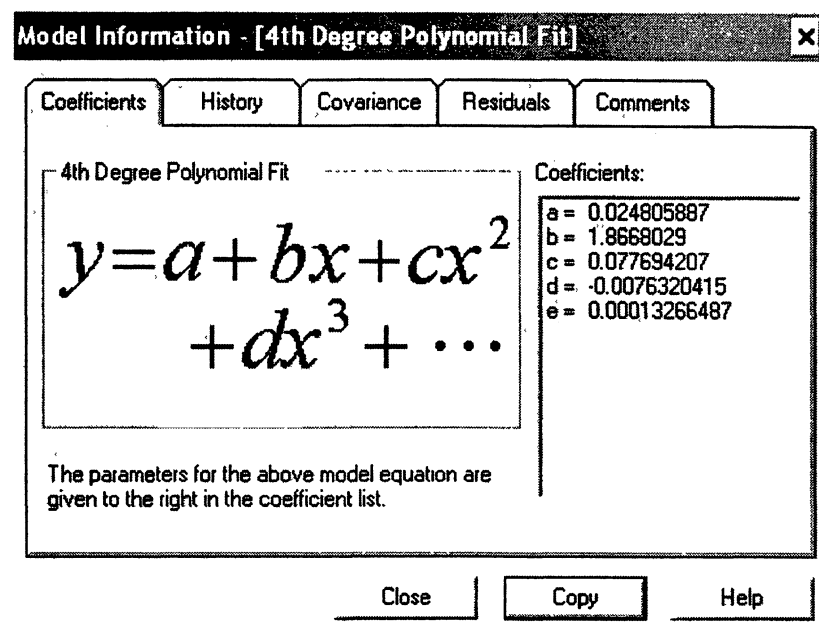
Standard Error: 0.5519434

Correlation Coefficient: 0.9985861

Comments:

Linear regression completed successfully. No weighting used.

FIGURA 3.4 - Coeficientes da função ajustada.



4th Degree Polynomial Fit: $y = a + bx + cx^2 + dx^3 + \dots$

Coefficient Data:

a = 0.024805887

b = 1.8668029

c = 0.077694207

d = -0.0076320415

e = 0.00013266487

APÊNDICE 4

SISTEMA H_ÁRVORE

As figuras seguintes são as janelas do Sistema H_Árvore para a previsão de crescimento e produção florestal.

Então para iniciar o programa deve-se clicar no ícone SISTEMA da figura 4.1, então abrirá a segunda janela, figura 4.4, onde primeiramente o sistema calcula a altura, pelo método de regressão (A_t altura), que será a assíntota ou altura máxima, que inicialmente é considerada constante. Então escolhe-se qual a função desejada, função Gumbel ou função Tangente Hiperbólica, clicando no ícone referente a função escolhida e o sistema automaticamente calculará os parâmetros da função escolhida, mostrando os resultados também na janela da figura 4.4, que possui ainda uma célula que mostra o número de iterações feita para o ajuste da função.

FIGURA 4.1 - Tela inicial do Sistema H_Árvore.

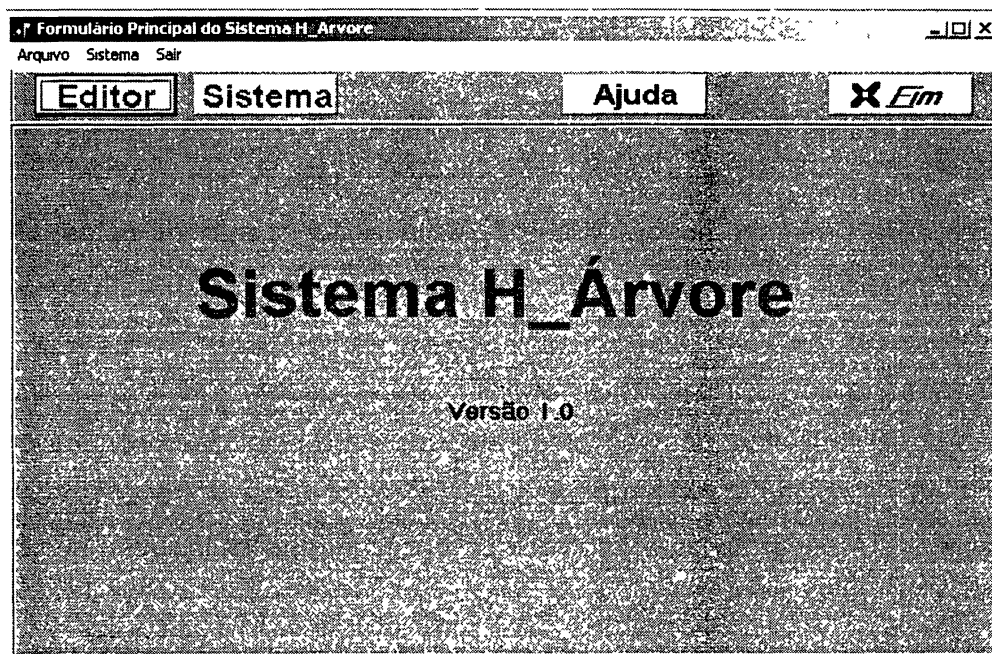


Figura 4.2 - Janela do editor de dados.

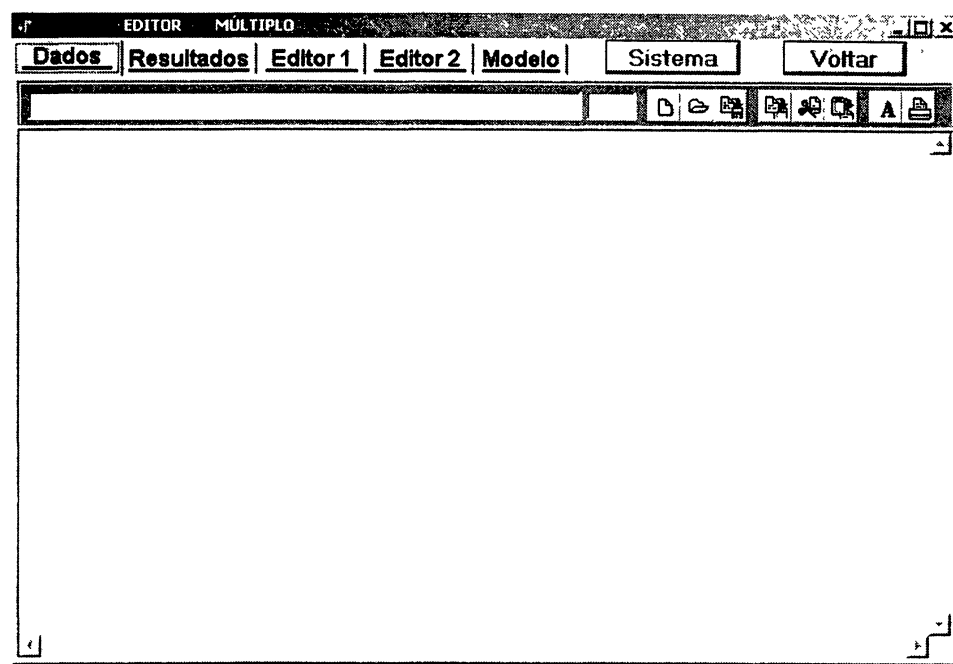


FIGURA 4.3 - Janela de desenvolvimento do programa.

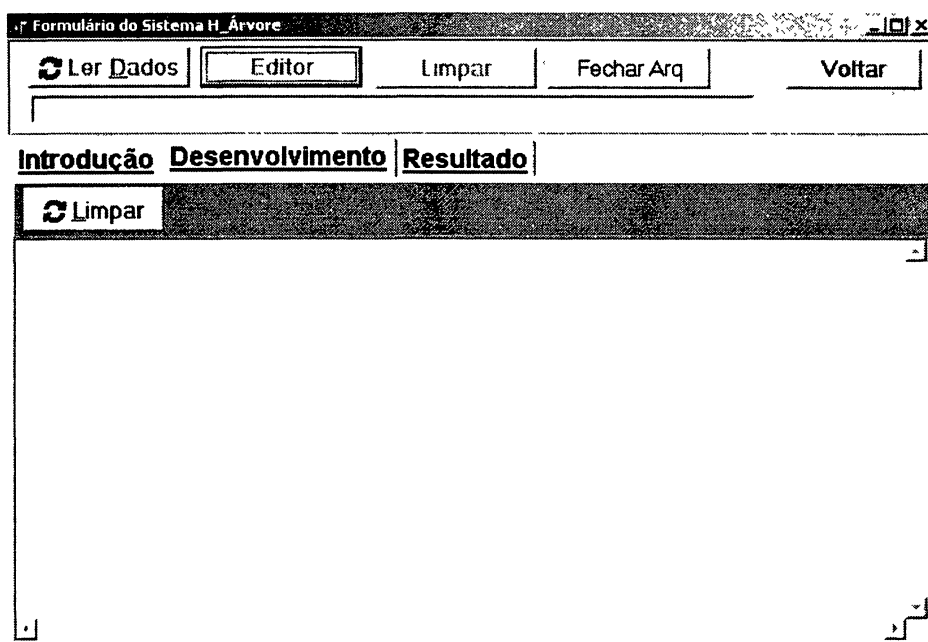


Figura 4.4 - Janela com os resultados dos parâmetros.

Formulário do Sistema H_Árvore

Introdução | **Desenvolvimento** | **Resultado**

Condições Iniciais:

Parâmetros

Estatus dos Dados:

Ok.
Ok.

APÊNDICE 5

DADOS

Dados utilizados

Arquivo: Modelo.oas - Ajuste da Função Gumbel

*1: Medidas do Tempo

25

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

*2: Amostragem

25 Linhas (Amostragem em função do tempo)

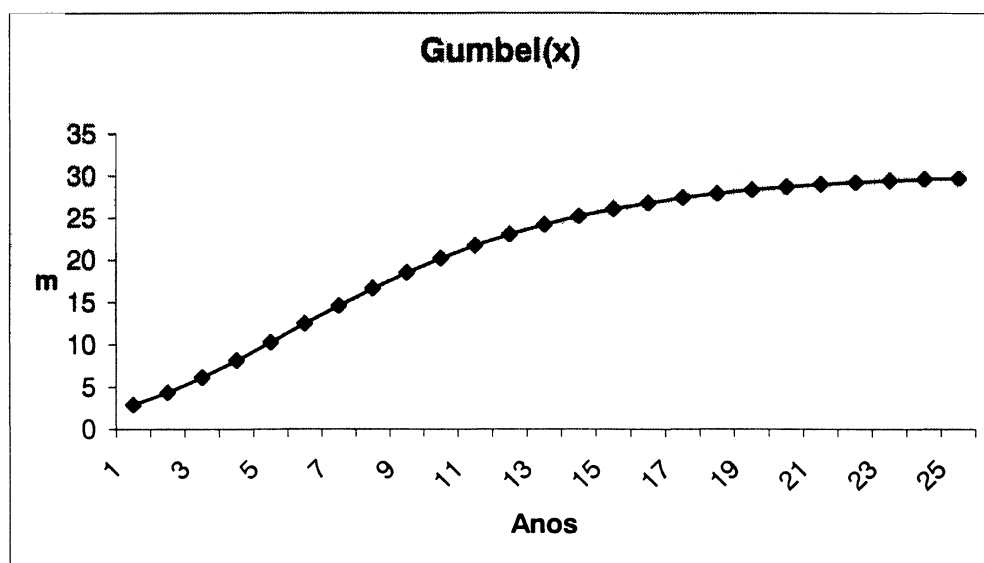
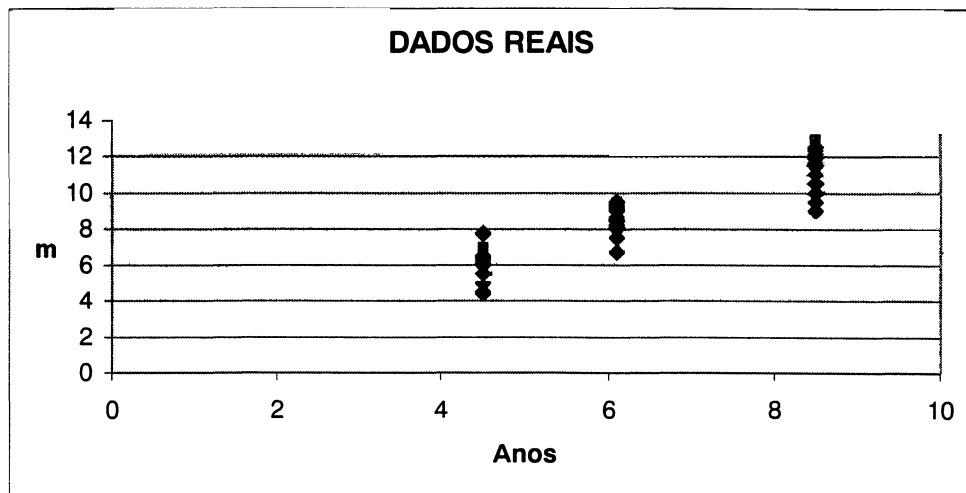
10 Colunas (Repetições da amostragem)

1.7	1.5	1.6	1.9	2.0	2.1	1.5	1.4	1.9	1.7
4.0	4.1	4.0	4.1	4.3	4.5	3.6	3.2	4.1	3.9
6.8	7.8	6.5	7.4	7.5	6.9	7.8	6.8	7.1	7.5
8.3	9.0	8.5	9.0	9.0	8.7	9.5	9.0	9.0	9.5
9.8	10.2	10.6	10.7	10.5	10.5	11.2	11.2	10.9	11.6
11.4	11.3	12.6	12.3	12.0	12.3	12.9	13.4	12.8	13.6
12.9	12.5	14.7	14.0	13.5	14.1	14.6	15.6	14.7	15.7
14.4	13.7	16.7	15.6	15.0	15.9	16.3	17.8	16.6	17.7
16.0	14.9	18.8	17.3	16.5	17.7	18.0	20.0	18.5	19.8
17.5	16.0	20.8	18.9	18.0	19.5	19.7	22.2	20.4	21.8
19.0	17.2	22.9	20.6	19.5	21.3	21.4	24.4	22.3	23.9
20.5	18.4	24.9	22.2	21.0	23.1	23.1	26.6	24.2	25.9
22.1	19.5	27.0	23.9	22.5	24.9	24.8	28.8	26.1	28.0
23.6	20.7	29.0	25.5	24.0	26.7	26.5	31.0	28.0	30.0
24.4	21.3	30.0	26.3	24.8	27.6	27.4	32.1	29.0	31.0
24.7	21.6	30.5	26.7	25.1	28.1	27.8	32.7	29.4	31.5
24.9	21.7	30.8	26.9	25.3	28.3	28.0	32.9	29.7	31.8
25.0	21.8	30.9	27.0	25.4	28.4	28.1	33.1	29.8	31.9
25.1	21.8	31.0	27.1	25.5	28.4	28.1	33.1	29.8	32.0
25.1	21.9	31.0	27.1	25.5	28.5	28.2	33.2	29.9	32.0
25.1	21.9	31.0	27.1	25.5	28.5	28.2	33.2	29.9	32.0
25.1	21.9	31.0	27.1	25.5	28.5	28.2	33.2	29.9	32.0
25.1	21.9	31.0	27.1	25.5	28.5	28.2	33.2	29.9	32.0
25.1	21.9	31.0	27.1	25.5	28.5	28.2	33.2	29.9	32.0
25.1	21.9	31.0	27.1	25.5	28.5	28.2	33.2	29.9	32.0

Fonte: SCOLFORO, José Roberto. **Sistema integrado para predição e análise presente e futura do crescimento e produção, com otimização de remuneração de capitais, para pinus caribea var. Hondurensis.** Tese de Doutorado, Universidade Federal do Paraná, 1990.

APÊNDICE 6

Interpolação de dados:



A interpolação foi realizada da seguinte forma:

$$\frac{G(y) - G(w)}{f(y) - f(w)} = \frac{G(x) - G(w)}{f(x) - f(w)}$$

onde

x é o valor a ser interpolado entre dois valores observados;

y é um valor maior que x;

w é um valor menor que x;

$G(y)$, $G(w)$ e $G(x)$ são os valores estimados pela função Gumbel;
 $f(y)$ e $f(w)$ são os valores observados;
 $f(x)$ é o valor x a ser determinado na mesma escala de y e w (dados reais).

Os resultados da interpolação são os seguintes:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
4,5	5	6	5	5,5	6	6	6	5,5	6	6	5,5	4,4	5,5	4,5	5,5	6
5	5,9331	6,6843	6,2441	6,4953	6,9331	6,9953	6,9331	6,2776	6,9331	6,7776	6,2776	5,1154	6,2776	5,5886	6,3398	6,4665
6,1	8	8,2	9	8,7	9	9,2	9	8	9	8,5	8	6,7	8	8	8,2	7,5
7	8,5864	8,9036	9,3909	9,0127	10,173	10,295	9,5864	8,7818	9,9773	9,4773	8,7818	7,7946	8,9773	8,5864	8,9036	8,0864
8,5	9,5	10	10	9,5	12	12	10,5	10	11,5	11	10	9,5	10,5	9,5	10	9

10
11

g(4,5)	g(6,1)	g(8,5)
9,2179	12,683	17,573

14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25

g(5)	f(5)	g(7)	F(7)
10,296		14,595	
	5,9331		8,5864
	6,6843		8,9036
	6,2441		9,3909
	6,4953		9,0127
	6,9331		10,173
	6,9953		10,295
	6,9331		9,5864
	6,2776		8,7818
	6,9331		9,9773
	6,7776		9,4773
	6,2776		8,7818
	5,1154		7,7946
	6,2776		8,9773
	5,5886		8,5864
	6,3398		8,9036
	6,4665		8,0864
	8,2599		9,8909
	7,1221		10,064
	7,4331		10,477
	7,7776		10,868
	6,6432		9,3307

ANEXOS

ANEXO 1: TABELA PARA O TESTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

Table 7: Kolmogorov-Smirnov Test

(If calculated ratio is greater than value shown, then reject the null hypothesis at the chosen level of confidence.)

SAMPLE SIZE (N)	LEVEL OF SIGNIFICANCE FOR D = MAXIMUM [$F_0(X)$ - $S_n(X)$]				
	.20	.15	.10	.05	.01
1	.900	.925	.950	.975	.995
2	.684	.726	.776	.842	.929
3	.565	.597	.642	.708	.828
4	.494	.525	.564	.624	.733
5	.446	.474	.510	.565	.669
6	.410	.436	.470	.521	.618
7	.381	.405	.438	.486	.577
8	.358	.381	.411	.457	.543
9	.339	.360	.388	.432	.514
10	.322	.342	.368	.410	.490
11	.307	.326	.352	.391	.468
12	.295	.313	.338	.375	.450
13	.284	.302	.325	.361	.433
14	.274	.292	.314	.349	.418
15	.266	.283	.304	.338	.404
16	.258	.274	.295	.328	.392
17	.250	.266	.286	.318	.381
18	.244	.259	.278	.309	.371
19	.237	.252	.272	.301	.363
20	.231	.246	.264	.294	.356
25	.210	.220	.240	.270	.320
30	.190	.200	.220	.240	.290
35	.180	.190	.210	.230	.270
OVER 35	<u>1.07</u> — √ N	<u>1.14</u> — √ N	<u>1.22</u> — √ N	<u>1.36</u> — √ N	<u>1.63</u> — √ N